

Toruń, 15 września 2016 r.

prof. dr hab. Piotr Śniady
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
Collegium Mathematicum
ul. Umultowska 87
61-614 Poznań
email: Piotr.Sniady@amu.edu.pl

Recenzja

rozprawy habilitacyjnej p.t.

*Lokalizowanie wartości własnych w skończenie i nieskończenie
wymiarowych przestrzeniach Hilberta*

oraz dorobku naukowego doktora Michała Wojtylaka
w przewodzie habilitacyjnym prowadzonym na
Wydziale Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie

Niniejszą recenzję opracowano na zlecenie Dziekana Wydziału Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie, prof. dr hab. Klaudiusza Wójcika, z dnia 27 czerwca 2016 r.

Niniejsze postępowanie toczy się w oparciu o *Ustawę* z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki oraz *Rozporządzenie* Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 1 września 2011 r. w sprawie kryteriów oceny osiągnięć osoby ubiegającej się o nadanie stopnia doktora habilitowanego.

Ocena rozprawy habilitacyjnej. *Główne osiągnięcie habilitacyjne*, które dla uproszczenia nazywać będę *rozprawą habilitacyjną*, ma postać powiązanego tematycznie cyklu siedmiu prac opublikowanych w recenzowanych czasopismach znajdujących się w bazie Journal Citation Reports (JCR). Tematem rozprawy jest, mówiąc bardzo ogólnie, problem wyznaczania wartości własnych macierzy oraz

ich perturbacji. Jest to ciekawa, ważna i trudna tematyka, którą zajmowało się wielu świetnych badaczy. Poszczególne prace wchodzące w skład rozprawy zostaną skomentowane poniżej. Użyta poniżej numeracja publikacji odpowiada tej z autoreferatu.

Praca [W3]. Jest to wspólna praca z André C. M. Ranem, opublikowana w dobrym czasopiśmie *Linear Algebra and its Applications*. Praca dotyczy bardzo naturalnego i apetycznego tematu: co się dzieje z wartościami własnymi macierzy jeśli zaburzyć ją *typowym* operatorem rzędu 1? Przymiotnik *typowy* jest tu rozumiany w sensie geometrii algebraicznej: pytamy o istnienie zbioru algebraicznego (różnego od całości rozważanego w danym momencie uniwersum) opisującego *nietypowe* sytuacje, poza którym następuje *typowe* zachowanie. Warto zwrócić uwagę, że tak rozumiana *typowość* implikuje *typowość* rozumianą w języku rachunku prawdopodobieństwa jako zdarzenie zachodzące prawie zawsze (przy rozsądnie wybranym rozkładzie prawdopodobieństwa). Omawiany wynik został sformułowany w języku czysto algebraicznym i również taki charakter ma jego dowód. Uzyskane w pracy wyniki są bardzo apetyczne: dotyczą one delikatnej struktury klatek Jordana oryginalnej macierzy przed perturbacją. Szczególnie cieszy wyjaśnienie znanego z badań eksperymentalnych zjawiska, że krzywe wartości własnych w typowej sytuacji nie przecinają się.

Jak już wspomniałem, uważam wybór tego tematu badań za bardzo naturalny; jedną z motywacji jest — wspomniany wielokrotnie w tekście — związek z obliczeniami numerycznymi.

Podsumowując: jest to piękna praca i bardzo cieszy, że udało się opublikować taki ładny i naturalny wynik wyprzedzając wielu innych badaczy w tej aktywnie rozwijającej się dziedzinie macierzy losowych, w której konkurencja nie śpi.

Praca [W6]. Jest to wspólna praca z Christianem Mehlem i Volkerem Mehrmannem, opublikowana w dość średniej klasy czasopiśmie *Operators and Matrices*.

Załóżmy, że pęk macierzy $A + \lambda E$ jest dany; jak bardzo należy zaburzyć go, aby nowy pęk $\tilde{A} + \lambda \tilde{E}$ był osobliwy, tzn. $\det \tilde{A} + \lambda \tilde{E} \equiv 0$? Jest to stary, otwarty problem, który jest dobrze umotywowany przez teorię równań różniczkowo-algebraicznych, zwłaszcza w kontekście rozwiązań numerycznych. Autorzy rozważają szczególną sytuację, w której (1) zarówno oryginalny pęk jak i jego perturbacja składają się z macierzy hermitowskich, oraz (2) macierze \tilde{A} , \tilde{E} wyznaczające zaburzony pęk powstają z oryginalnych macierzy A , E poprzez zaburzenie niskiego

rzędu.

Praca jest obfita w treści, o czym może świadczyć choćby jej rozmiar (39 stron).

Praca [W7]. Jest to wspólna praca z Maximem Derevyaginem i Lucą Perottim, opublikowana w dobrym czasopiśmie *Journal of Mathematical Analysis and Applications*.

W pracy rozważana jest (skończenie lub nieskończenie wymiarowa) przestrzeń Hilberta z odrobinę nieokreślonym iloczynem skalarnym oraz macierz Jacobiego, która jest hermitowska względem tego iloczynu skalarnego. *Co można powiedzieć o spektrum nieskończonej macierzy Jacobiego na podstawie spektrów jej skończenie wymiarowych aproksymacji?*

Tematyka pracy jest uzasadniona przez związki z fizyką; być może nawet silniejsze jest uzasadnienie post factum poprzez apetyczną matematykę stojącą za rozwiązaniem postawionego w pracy problemu.

Prace [W1] i [W5]. Są to dwie wspólne prace z Henkiem de Snoo i Henrikiem Winklerem, obie opublikowane w dobrym czasopiśmie *Journal of Mathematical Analysis and Applications*.

Recenzowane prace mają charakter dość techniczny, a ich motywacje są dla czytelnika tajemnicą. Rozważana jest klasa *uogólnionych funkcji Nevanliny z jednym ujemnym pierwiastkiem*. Dla takiej funkcji można wprowadzić jej jednoparametrową deformację, która również należy do tej klasy. Uogólnione zero niedodatniego typu tej ostatniej deformacji traktowane jako funkcja parametru deformacji zadaje pewną krzywą na płaszczyźnie zespolonej. Główną treścią prac jest odpowiedź na pytanie: *co możemy powiedzieć o tej krzywej?*

Po wyjaśnienie motywacji stojących za tymi pracami trzeba sięgnąć do autoreferatu, który wskazuje na ich związki z badaniem spektrów operatorów i macierzy zaburzonych deformacją niskiego rzędu. Uff, faktycznie, po lekturze autoreferatu prace te okazują się mieć bardzo naturalne motywacje (które zostaną omówione poniżej).

Praca [W2]. Jest to samodzielna praca, opublikowana w dobrym czasopiśmie *Electronic Journal of Probability*.

Rozważmy skończenie wymiarową przestrzeń Hilberta z ociupinkę niedodatnio określonym iloczynem skalarnym oraz hermitowską (ze względu na tenże iloczyn skalarny) macierz losową. Wiadomo, że wszystkie wartości własne takiej

macierzy — z wyjątkiem jednej pary sprzężonych liczb zespolonych — są liczbami rzeczywistymi. *Co możemy powiedzieć o probabilistycznych własnościach tej właśnie pary sprzężonych wartości własnych? Co możemy powiedzieć o empirycznym rozkładzie pozostałych, rzeczywistych wartości własnych?* To bardzo piękne i naturalne pytania.

Podobnie jak w większości prac w omawianym cyklu, rozwiązanie wykorzystuje metody analizy zmiennej zespolonej, w szczególności (uogólnione) funkcje Nevanliny.

Praca [W4]. Jest to wspólna praca z Patrykiem Pagaczem, opublikowana w dobrym czasopiśmie *Electronic Journal of Probability*.

Jej tematem są rozważania podobne do tych z wyżej omawianej pracy [W2] w szczególnym kontekście macierzy Wignera. Pracę tę wyróżnia w cyklu prac tworzących rozprawę habilitacyjną jej bardzo kombinatoryczny charakter.

Rozprawa habilitacyjna — podsumowanie. Tematy prac wchodzących w skład *głównego osiągnięcia habilitacyjnego* (rozprawy) uważam za ciekawe, a wiele z nich za bardzo ciekawe. Wspólne dla tych prac jest zastosowanie metod analizy zespolonej, badanie przestrzeni z nieokreślonym iloczynem skalarnym, duża uwaga poświęcona problemom związanym z obliczeniami numerycznymi i symulacjami. Wyniki przedstawione w rozprawie są — z bardzo nielicznymi wyjątkami, które można rzucić na karb mojego osobistego poczucia estetyki — bardzo ładne i naturalne, a nie żmudne i techniczne. Dowody są nieoczywiste i niełatwe, ale zwykle eleganckie. Gratuluję.

Moją uwagę zwróciła duża troska włożona w przygotowanie bibliografii oraz ogólnie przyjazny dla czytelnika charakter tekstu, zwłaszcza wstępów.

Oświadczenia współautorów nie zostawiają wątpliwości, że wymóg *Ustawy* dotyczący prac współautorskich, który głosi, że *opracowanie wydzielonego zagadnienia jest indywidualnym wkładem osoby ubiegającej się o nadanie stopnia doktora habilitowanego*, jest spełniony.

Rozprawie habilitacyjnej towarzyszy bardzo informatywny i bardzo przyjazny dla czytelnika autoreferat.

Nie mam najmniejszych wątpliwości, że rozprawa habilitacyjna spełnia warunki *Ustawy*, w szczególności spełnia ona z naddatkiem wymóg, iż stanowi znaczny wkład autora w rozwój określonej dyscypliny naukowej. Co więcej, jest to z pewnością naprawdę dobra rozprawa, która może być przedmiotem słusznej dumy zarówno dla Habilitanta jak i dla zatrudniającej go

jednostki.

Dorobek naukowy. Dorobek naukowy doktora Michała Wojtyłaka składa się 12 prac opublikowanych w recenzowanych czasopismach wchodzących w skład JCR (wliczając w to prace wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej). Ponieważ prace wchodzące w skład rozprawy zostały już skomentowane osobno, poniżej przedstawię tylko mój komentarz dotyczący wybranych pozostałych prac, po czym przedstawię konkluzję dotyczącą całego dorobku.

On determining the domain of the adjoint operator Jest to samodzielna praca, opublikowana w dobrym czasopiśmie *Journal of Mathematical Analysis and Applications*.

Tematyka tej pracy dotyczy teorii operatorów na przestrzeni Hilberta. Główny wynik pracy może być użyty do pokazania, że dany operator — w zależności od kontekstu — jest samosprzężony, bądź normalny, q -normalny albo H -samosprzężony. Jak widać, jest to dość uniwersalne narzędzie. Warto podkreślić, że główny wynik pracy stosuje się również w — ulubionym przez Habilitanta — kontekście przestrzeni Hilberta z nieokreślonym iloczynem skalarnym. Praca ta bardzo mi się spodobała.

Pontryagin space structure in reproducing kernel Hilbert spaces over \star -semigroups

Jest to wspólna praca z Franciszkiem Hugonem Szafrąncem, opublikowana w średniej klasy czasopiśmie *Positivity*.

Trzy prace na temat $T^{[*]}T$ i $TT^{[*]}$ Są trzy prace opublikowane w dobrym czasopiśmie *Integral Equations and Operator Theory*, napisane wspólnie z Friedrichem Philippem (jedna z nich) oraz wspólnie z André C. M. Ranem (wszystkie trzy).

Rozważamy przestrzeń Hilberta z niedodatnio określonym iloczynem skalarnym; co możemy powiedzieć o związkach własności spektralnych operatorów $T^{[]}T$ i $TT^{[*]}$?* To subtelny problem; trudność bierze się właśnie z nieokreśloności iloczynu skalarnego.

Jakość czasopism. Wspomniane już *Rozporządzenie Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego* wśród kryteriów oceny osiągnięć naukowych wymienia *sumaryczny impact factor publikacji naukowych według listy Journal Citation Reports (JCR)*,

zgodnie z rokiem opublikowania, który dla prac Habilitanta przekracza 11. W naukach matematycznych jest to znakomity wynik dla młodego naukowca na tym etapie rozwoju.

Odchodząc od czystej arytmetyki: Habilitant publikuje w dobrych czasopismach, choć nie w czasopismach z najwyższej półki (takich jak, na przykład, *Journal of Functional Analysis*).

Cytowania. Wspomniane *Rozporządzenie* wśród kryteriów oceny osiągnięć naukowych wymienia liczbę cytowań, która dla prac Habilitanta równa jest 27. Ze względu na specyfikę nauk matematycznych, gdzie liczba cytowań jest zwykle stosunkowo niewielka, taka łączna liczba cytowań jest dobrym wynikiem jak na młodego pracownika nauki.

Wymieniony przez *Rozporządzenie* indeks Hirscha w przypadku nauk matematycznych nie niesie zbyt wiele informacji w przypadku młodych pracowników nauki. Dla prac Habilitanta wynosi on 3; jest to przyzwoity wynik.

Granty. Kolejnym kryterium oceny osiągnięć wymienionym przez *Rozporządzenie* jest kierowanie oraz udział w projektach badawczych.

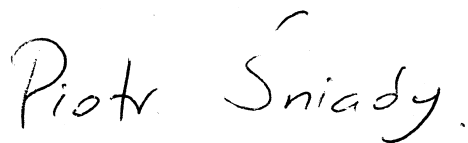
Habilitant był kierownikiem grantu *Iuventus Plus* Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego (gratuluję!) oraz wykonawcą w dwóch projektach badawczych Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego oraz Narodowego Centrum Nauki.

Referaty. Ostatnim kryterium oceny osiągnięć wymienionym przez *Rozporządzenie* jest wygłoszenie referatów na konferencjach tematycznych. Habilitant ma dobre wyniki na tym polu.

Dorobek dydaktyczny i popularyzatorski oraz współpraca międzynarodowa. *Rozporządzenie* wymienia aż 14 kryteriów oceny szeroko rozumianego dorobku dydaktycznego oraz współpracy międzynarodowej; są wśród nich takie jak nagrody i wyróżnienia (Habilitant był m.in. stypendystą Fundacji Humboldta oraz otrzymał nagrodę Rektora Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie), uczestnictwo w programach krajowych i zagranicznych (które omawiałem szczegółowo powyżej), udział w konferencjach naukowych (jak wyżej), opiekę naukową nad studentami (Habilitant jest promotorem licznych prac magisterskich), staże naukowe (Technische Universität Berlin, Vrije Universiteit Amsterdam, Rijksuniversiteit Groningen).

Podsumowanie. Biorąc pod uwagę moją wcześniej wyrażoną nadzwyczaj pozytywną opinię o *głównym osiągnięciu habilitacyjnym* (które dla uproszczenia nazywam rozprawą), moją wysoką ocenę pozostałych prac Habilitanta, rozmiar oraz jakość dorobku naukowego i dydaktycznego (mierzone czy to przy pomocy wyżej analizowanych kryteriów wymienionych w *Rozporządzeniu* czy też w bardziej heurystyczny i holistyczny sposób) **stwierdzam bez najmniejszych wątpliwości, że Habilitant spełnia wymogi Ustawy, w szczególności że posiada osiągnięcie naukowe, uzyskane po otrzymaniu stopnia doktora, stanowiące znaczny wkład autora w rozwój określonej dyscypliny naukowej oraz wykazuje się istotną aktywnością naukową. Wnioskuje o dopuszczenie do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.**

Wyżej wspomniane wymogi spełniane są z wielkim naddatkiem zarówno ilościowym, jak i przede wszystkim jakościowym, i **wnioskuje o uznanie tej habilitacji za wyróżniającą.**

A handwritten signature in black ink, reading "Piotr Śniady." The signature is written in a cursive, flowing style.

prof. dr hab. Piotr Śniady