

Profesor dr hab. Marek Bożejko

Wrocław 21.07.2016

Instytut Matematyczny

Uniwersytet Wrocławski

Recenzja rozprawy habilitacyjnej dr Michała Wojtyłaka :

**„Lokalizowanie wartości własnych w skończenie i nieskończenie
wymiarowych przestrzeniach Hilberta”.**

Rozprawa habilitacyjna dr Michała Wojtyłaka składa się z 7 prac W1-W7:

W7. M.Derevyagin, L.Perroti, M.Wojtylak, Truncations of a class of pseudo-Hermitian operators, J. Math. Anal. Appl. 438(2016), 738-758.

W6. C.Mehl, V.Mehrmann, M.Wojtylak, On a distance to singularity via low rank perturbations, Operators and Matrices, 9 (2015), 733-772.

W5. H.S.V. De Snoo, H.Winkler, M.Wojtylak, Global and local behavior of zeros of nonpositive type, J.Math. Anal. Appl. 414(2014), 273-284.

W4. P.Pagacz, M.Wojtylak, On spectral properties of H_0 self-adjoint random matrices and the underlying combinatorics, Electron. Commun. Probab. 19(2014), No 7, 1-14.

W3. A.C.M. Ran, M.Wojtylak, Eigenvalues of rank one perturbations of unstructured matrices, Linear Algebra Appl. 437(2012), 589-600.

W2. M.Wojtylak, On a class of H -self-adjoint random matrices with one eigenvalue of nonpositive type, Electron. Commun. Probab. 17(

W1. H.S.V. De Snoo, H.Winkler, M.Wojtylak, Zeros of nonpositive type of generalized Nevanlinna functions with one negative square, J. Math. Anal. Appl. 382(2011), 399-417,

plus bardzo obszerny i klarownie napisany Autoreferat liczący 26 stron oraz bogata literatura przedmiotu habilitacji licząca 79 pozycji.

Dr Michał Wojtylak jest autorem lub współautorem 12 publikacji w bardzo prestiżowych i ważnych czasopismach matematycznych jak :

J.Math.Anal Appl., Operators and Matrices, Electron. Comm.Prob., Positivity, Integ.Equa.Oper.Theory.

Pierwsza praca ukazała się w 2009 a ostatnia w 2016.

Lista cytowań Habilitanta-według web of knowledge wynosi 25 , indeks Hirscha $h=3$.

Dr Michał Wojtylak uzyskał w 2015 roku na Uniwersytecie Technicznym w Berlinie habilitację w zakresie matematyki, która nie jest stopniem naukowym. Tematyką tamtej rozprawy były wcześniejsze wyniki Autora, której byłem Recenzentem i oceniłem ją bardzo wysoko.

Obecnie przedstawiona rozprawa habilitacyjna dra Michała Wotylaka jest znacznie rozszerzoną wersją poprzedniej habilitacji.

Tematyka badawcza przedstawiona w Rozprawie habilitacyjnej dra Michała Wojtylaka naturalnie dzieli się na 3 podstawowe części:

I. Parametryczne perturbacje wartości własnych macierzy.

II. Parametryczne perturbacje operatorów H-samosprężonych.

III. H-samosprężone macierze losowe.

Wszystkie prace wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej zostały opublikowane w wysoko notowanych czasopismach z matematyki . Podstawowym celem tych prac jest przedstawienie ważnych i interesujących zagadnień dotyczących wartości własnych(spektrum) macierzy i operatorów

liniowych na przestrzeniach Hilberta i na przestrzeniach typu Pontryagina (iloczyn skalarny w tych przestrzeniach jest nieokreślony).

Główne narzędzie badawcze to funkcje Weyla $Q(z) = \langle 1/(A-zI) u, v \rangle$ operatora A określone na płaszczyźnie zespolonej, (u, v wektory).

W przypadku $u=v$, sprowadza się to do badania uogólnionych funkcji Nevanlinny-Picka na górnej półpłaszczyźnie. Tematyka tych funkcji została dobrze zbadana w latach 20-30 ubiegłego wieku, a Habilitant użył w istotny sposób swojego rozszerzenia tej teorii w przedstawianej rozprawie habilitacyjnej.

Poniżej przedstawię niektóre interesujące fakty z prac wchodzących do Rozprawy habilitacyjnej.

Ad I. Parametryczne perturbacje wartości własnych macierzy.

Zagadnienia rozpatrywane w tym punkcie to główne wyniki prac $\{W3, W6\}$.

Autor rozważa perturbacje rzędu 1 macierzy A , czyli bada spektrum macierzy postaci $A + t B$, gdzie B jest operatorem rzędu 1 postaci $B = uv^*$, (u, v wektory a t jest liczba rzeczywista). Podstawowym faktem jest twierdzenie opisujące wartości własne $l(t, j)$ operatora $A + t uv^*$, ($j=1, 2, \dots, n$, t rzeczywiste, u i v wektory losowe). Główne twierdzenie mówi, że wartości własne $l(t, j)$, ($j=1, 2, \dots, n$) są różne i nie przecinają się (poza $t=0$), oczywiście w sensie probabilistycznym. Interesująco też wygląda twierdzenie 4.1. z pracy $[W3]$ wiążące zera funkcji Weyla, poza jednym.

Interesujące wyniki otrzymał Habilitant w pracy $[W6]$, gdzie były badane odległości wartości własnych od zbioru pęków osobliwych.

W tym celu Autor bada pęk liniowy, tzn. wielomian postaci $P(t) = A + tE$, tutaj A, E macierze, t liczba rzeczywista. Pęk ten jest osobliwy, jeżeli $\det P(t) = 0$ dla wszystkich t , a w przeciwnym przypadku, pęk nazywamy regularnym.

Wyniki pracy [W6] w ładny i oryginalny sposób rozwiązują problem postawiony w pracy [22], Byersa, He, Mehrmana, pozwalający obliczyć (oszacować) odległość (w metryce Frobeniusa) danego regularnego pęku od zbioru pęków osobliwych.

Jedno z głównych wyników pracy [W6], Thm.4, podaje charakteryzację pęku osobliwego za pomocą funkcji Weyla. Wyniki tej części Habilitacji bardzo podobały się Recenzentowi.

Ad II. Parametryczne perturbacje operatorów H-samosprężonych.

Wyniki tej partii habilitacji obejmują publikacje Autora: [W7, W1, W5].

Niech H będzie ograniczonym, samosprężonym i odwracalnym operatorem na przestrzeni Hilberta. Mówimy, że operator liniowy A jest H-samosprężony, jeżeli $HA = (HA)^*$.

Teoria tych operatorów jest bardzo dobrze rozwinięta i jest związana z teorią operatorów samosprężonych w przestrzeniach Pontryagina. Habilitant rozpatruje operatory H-samosprężone jako specjalny przypadek pęków hermitowskich badanych już w poprzednich publikacjach Autora. Zauważa On, że spektrum H-samosprężonego operatora A jest równe spektrum pęku hermitowskiego $HA + tH$. Podstawowe wyniki Habilitanta w tej części rozprawy dotyczą H-samosprężonych operatorów w przestrzeniach Pontryagina z jednym ujemnym pierwiastkiem.

Autor skupił się na badaniu niedodatniej wartości własnej $b(t)$, pęku postaci: $A + t \langle \cdot, Hu \rangle u$, (u wektor, t liczba rzeczywista). Tutaj w znaczący sposób wykorzystuje Habilitant teorię funkcji Weyla jako funkcji typu Nevanlinny-Picka.

Dr Michał Wojtylak otrzymał głębokie wyniki opisujące lokalne zachowanie się funkcji b w otoczeniu $t=0$. Ta część Habilitacji wymagała od Autora dużej ilości niebanalnych pomysłów i wiedzy matematycznej w dziedzinie Analizy Zespolonej i teorii spektralnej operatorów i oceniam ją też bardzo wysoko.

Ad III. H-samosprężone macierze losowe.

Wyniki tego rozdziału Habilitacji dotyczą zachowania się losowej ujemnej wartości własnej $b(N)$, H-samosprężonych macierzy losowych $X(N)$, dużych rozmiarów. Podstawowe twierdzenia Thm.4.1, Thm 4.2. z pracy [W2] dokładnie opisują zachowanie się niedodatniej wartości własnej $b(N)$ w terminach transformaty Stieltjesa miary granicznej opisanej warunkiem (R2) w Autoreferacie Habilitanta.

Wyniki pracy [W4] bardzo zainteresowały Recenzenta, gdyż bezpośrednio łączą się z pracami J.Wysoczanskiego i moimi otrzymane w wolnej probabilistyce. Autor otrzymał w swoich deformacjach uogólnione liczby Catalana, które są bardzo dobrze znane w kombinatoryce jak i warunkowo wolnej probabilistyce badane w latach '90 przez R.Speichera, M.Leinerta i piszącego te słowa.

Otrzymane wyniki Habilitanta w naturalny sposób łączą się z wynikami w wolnej probabilistyce Voiculescu i w istotny sposób są powiązane z wolnymi procesami Levy'ego i wolnymi procesami Meixnera badanych przez W.Bryca, J.Wesołowskiego, W.Ejsmonta, M.Anshelevicza, K.Szpojankowskiego oraz Recenzenta i bardzo wysoko oceniam otrzymane rezultaty Habilitanta w tej materii.

2.Pozostały dorobek Habilitanta.

Poza pracami wchodzącymi w skład Rozprawy dr Michał Wojtylak posiada jeszcze 5 publikacji . Wyniki te dotyczą teorii operatorów w przestrzeniach Pontryagina i na przestrzeniach Hilberta i w istotny sposób rozwijają znane fakty z teorii przestrzeni operatorów.

Recenzentowi bardzo podobały się badania spektrów operatorów postaci T^*T oraz TT^* w pracach [M1,M2,M3].

Wyniki te są już cytowane i wydają się interesujące dla fizyka i matematyka oraz dla specjalistów z teorii spektralnej.

Ponadto chciałbym wskazać na dużą aktywność Habilitanta na forum międzynarodowym: konferencje-organizacja i wystąpienia na bardzo wielu konferencjach krajowych i zagranicznych .

Wielokrotnie dr Michał Wojtylak przedstawiał swoje wyniki na moim seminarium we Wrocławiu i pragnę podkreślić Jego żywe prezentacje oraz siłę argumentacji. Ponadto nawiązał On już współpracę naukową z Kolegami z Wrocławia i to bardzo dobrze świadczy o wadze i znaczeniu Jego wyników naukowych .

Konkluzja.

Mimo, że prawie wszystkie prace naukowe Habilitanta są współautorskie, wkład doktora Michała Wojtylaka w wyniki Rozprawy jest poważny i znaczący oraz w pełni spełnia wymagania bardzo dobrej rozprawy habilitacyjnej.

Biorąc to wszystko pod uwagę , nie mam wątpliwości , że spełnione są ponadto wszelkie tradycyjne i ustawowe wymagania stawiane rozprawom habilitacyjnych w Polsce i wnoszę o dopuszczenie dra Michała Wojtylaka do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

