Recenzja rozprawy habilitacyjnej dr Macieja Capińskiego

Gładkie układy dynamiczne są obiektem zainteresowania naukowców od czasów Newtona. Nowoczesny sposób patrzenia na zagadnienie pojawia się u Poincarego, który między innymi odkrył komplikacje dynamiczne związane z punktem homoklinicznym. A również zapoczątkował topologiczne podejście do problemów dynamiki. Są to dwa podstawowe motywy w rozpatrywanym wniosku habilitacyjnym.

Asymptotyczne własności układu dynamicznego można opisywać przez podzbiory niezmiennicze, ich rozmaitości stabilne i niestabilne, czy bardziej ogólnie rozbicia na rozmitości stabilne i niestabilne.

Rozmaitości te służą do formułowania różnych scenariuszy. Przykładem jest ``podkowa Smale'a", opisująca dynamikę symboliczną w otoczeniu punktu homoklinicznego. Innym ważnym scenariuszem, opartym na niezmienniczych torusach i ich rozmaitościach stabilnych i niestabilnych, jest dyfuzja Arnolda. W dyfuzji Arnolda współrzędne działania, zachowywane w układzie całkowalnym, podlegają systematycznej zmianie, przy dowolnie małym zaburzeniu. Dzieje się tak dlatego że oprócz torusów niezmienniczych gwarantowanych przez teorię KAM, pojawiają się torusy normalnie hiperboliczne, a ich rozmaitości stabilne i niestabilne przecinają się, co zapewnia zmianę współrzędnych działania.

Zjawiska hiperboliczne w układach dynamicznych były w centrum uwagi od lat 60'tych ubiegłego stulecia: szkoła Smale'a w USA, a w ZSRR szkoła Anosowa, Arnolda i Sinaja (dwaj ostatni to uczniowie Kołmogorowa). Wcześnie rozważano możliwości komputerowego sprawdzania własności hiperbolicznych, co wydawało się możliwe gdyż formułowane kryteria dotyczyły tylko nierówności dla pierwszych pochodnych. Upłynęło kilka dziesięcioleci zanim te plany zostały zrealizowane. Krakowska szkoła układów dynamicznych ma ważny udział w tym przedsięwzięciu.

Prace przedstawione we wniosku habilitacyjnym poświęcone są geometrycznym warunkom gwarantującym istnienie normalnie hiperbolicznych rozmaitości, i bardziej ogólnie podzbiorów niezmienniczych. Jednym z celów jest doprowadzenie do komputerowej ścisłej sprawdzalności w konkretnych przykładach.

W pracy [C] sformułowano warunki topologiczno-geometryczne, które gwarantują istnienie zbioru niezmienniczego, typu normalnie hiperbolicznej rozmaitości. Warunki te mają charakter C^0, i nie zapewniają jednoznaczności tego podzbioru, ani jego ``wykresowości". Mogą być jednak sprawdzane komputerowo, z użyciem ścisłej arytmetyki przedziałowej.

Następnie w pracy [CZ1] przez dołożenie warunków typu stożków niezmienniczych uzyskuje się niezmienniczą rozmaitość, i jej rozmaitości stabilną i niestabilną, rozwłóknione na podrozmaitości niezmiennicze indywidualnych trajektorii. Co jest godne uwagi, warunki te mogą być stosowane w sytuacjach gdzie nie ma ``małego parametru", czyli układ jest daleko od ``całkowalnych" przypadków. Jeśli jednak mamy mały parametr, to można oczekiwać że uda się tymi metodami oszacować wielkość zaburzenia gwarantującą istnienie rozmaitości centralnej.

W najnowszej obszernej pracy w tym kierunku [CZ2] udało się autorom zagwarantować gładkość tych rozmaitości. Tak jak tego można było się spodziewać gładkość nie przekracza gładkości samej dynamiki, i jest uzależniona od skali rozciągania i kontrakcji w układzie. Wymagało to znacznych technicznych komplikacji, i jest to wyzwanie dla czytelnika.

Pozostałe dwie prace we wniosku habilitacyjnym poświęcone są konkretnym zastosowaniom tych metod z wykorzystaniem obliczeń komputerowych.

W planach, częściowo zrealizowanych, jest komputerowe udowodnienie obecności dyfuzji Arnolda w ograniczonym zagadnieniu 3 ciał. Byłoby to bardzo znaczące osiągnięcie. A sam udział w dotarciu do tego celu zasługuje na uwagę.

Jaką rolę w matematyce odegra komputerowe dowodzenie twierdzeń pokaże czas. Z praktycznego punktu widzenia można mieć wątpliwości czy mogą mieć znaczenie scenariusze dynamiczne, które ukrywają się przed rozpoznaniem przez zwykłe modelowanie komputerowe. Sam proces modelowania zawiera w sobie zwykle przybliżenia przekraczające poziom błędów numerycznych.

Inne publikacje dr Capińskiego świadczą o dużej naukowej aktywności.

Prace dr Capińskiego są ważnym wkładem w teorię gładkich układów dynamicznych. Świadczą o naukowej dojrzałości badacza.
Przyznanie dr Capińskiemu stopnia dr habilitowanego nauk matematycznych uważam za w pełni uzasadnione.

Maciej P. Wojtkowski

Prof. dr hab. Maciej P. Wojtkowski

Uniwersytet Opolski

Opole, 14 stycznia 2016