Prof. dr hab. Roman Srzednicki
Instytut Matematyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego

Opinia w sprawie wniosku dr. Macieja Capińskiego o nadanie stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych

Publikacje wchodzące w skład przedstawionego do oceny osiągnięcia naukowego (zwanego dalej rozprawą habilitacyjną) dr. Macieja Capińskiego dotyczą jednej z najważniejszych tematyk badawczych współczesnej teorii układów dynamicznych jaką jest teoria rozmaitości normalnie hiperbolicznych. Teoria ta, której idee w przypadku analitycznym można już znaleźć w publikacjach H. Poincaré'go i A. Lapunowa z końca XIX wieku, została zainicjowana pracami J. Hadamarda (rok 1901) i O. Perrona (koniec lat 20. ubiegłego wieku) o istnieniu rozmaitości stabilnej i niestabilnej hiperbolicznego punktu stałego dyfeomorfizmu i hiperbolicznego zera pola wektorowego, a w latach 60. została rozszerzona przez W. Plissa, A. Kelleya i R. Sackera na przypadek niehiperbolicznego zera pola wektorowego, torusa złożonego z orbit okresowych oraz, ogólniej, podrozmaitości niezmienniczej. Problem zachowania rozmaitości pod wpływem zaburzeń został przebadany w latach 70. przez N. Fenichela. W roku 1977 M. Hirsch, C. Pugh i M. Shub opublikowali wyczerpującą monografię dotyczącą tej tematyki dla dyfeomorfizmu zwartej rozmaitości, zawierającą kompletne dowody istnienia, gładkości i strukturalnej stabilności ze względu na zaburzenia. Większość publikacji na temat rozmaitości normalnie hiperbolicznych zawiera dowody oparte na konstrukcjach operatorów w odpowiednich przestrzeni funkcyjnych i wykazywaniu istnienia punktów stałych tych operatorów (ta idea pochodzi od Lapunowa i Perrona). Wariant takiego nieskończeniewymiarowego podejścia z użyciem odpowiednich twierdzeń o funkcjach uwikłanych został wprowadzony w pracach M.C. Irvina w latach 70. Inne podejście, oparte na rozważaniach geometrycznych w przestrzeniach skończeniewymiarowych, zapoczątkowane przez J. Hadamarda w jego pionierskiej pracy z roku 1901, jest zawarte, między innymi, w publikacjach Fenichela. Istotne wyniki tych publikacji zostały w zwartej formie przedstawione w wykładach C.K.R.T. Jonesa w roku 1994. Do początku XXI wieku prace o rozmaitościach normalnie hiperbolicznych zwykle zakładały istnienie podrozmaitości niezmienniczej i koncentrowały się na problemie jej zachowywania przy małych zaburzeniach oraz zachowania struktury jej rozmaitości stabilnej i niestabilnej, bez precyzowania wielkości dopuszczalnych zaburzeń. W wielu sytuacjach uzyskane w ten sposób twierdzenia w wystarczający sposób wyjaśniały dynamikę układów do opisu których je stosowano (spis przykładów takich zastosowań można znaleźć w monografii S. Wigginsa z roku 1994).

W zastosowaniach często pojawiają się równania różniczkowe zwyczajne, dla których metodami analitycznym nie udało się uzyskać zadowalających wyników (np. dotyczących istnienia rozmaitości niezmienniczych), a cała dostępna informacja o nich pochodzi z symulacji numerycznych. Matematyczne usystematyzowanie takiej informacji prowadzi do dowodów komputerowo wspieranych; zasługą ostatnich kilkunastu lat jest intensywny rozwój teorii wymaganej w tego rodzaju dowodach w zakresie dynamiki. W ten nurt badań wpisuje sie cykl publikacji dr. Capińskiego. Zakłada się w nich istnienie oszacowań, które w ścisły sposób można sprawdzić przy użyciu komputera, i na podstawie tych oszacowań formułuje się twierdzenia o rozmaitościach niezmienniczych dla rozpatrywanego układu oraz dopuszczalnego zakresu jego perturbacji.

W pracy [C] udowodniono istnienie rozmaitości niezmienniczej Λ_* dla homeomorfizmu podzbioru otwartego $\Lambda \times \mathbb{R}^s \times \mathbb{R}^u$, gdzie Λ jest k-wymiarową rozmaitością bez brzegu (Twierdzenie 3.1), mającego wyróżnione kierunki stabilny i niestabilny. Relacje nakrywające były podstawowym narzędziem użytym w dowodzie. W pracy [CZ1] rozważano formalnie ogólniejszy przypadek homeomorfizmu sumy prostej wiązek ξ_s i ξ_u nad zwartą rozmaitością Λ. Przy pomocy relacji nakrywających i warunków stożka (w przód i w tył) wzmocniono wynik o istnieniu Λ_* z [C] i ponadto udowodniono istnienie topologicznych rozmaitości centralnej-stabilnej W^{cs} i centralnej-niestabilnej W^{cu}, złożonych z trajektorii zmierzających do Λ_* w czasie dodatnim i, odpowiednio, ujemnym (Twierdzenie 4.7). Główny wynik zawarty w [CZ1] został uogólniony w pracy [CS] na przypadek relacji nakrywających i warunków stożka dla pewnej iteracji rozważanego homeomorfizmu (oszacowania nie dla samego dyfeormorfizmu, a pewnej jego iteracji występowały także w głównym wyniku wyżej wspomnianej monografii Hirscha, Pugh i Shuba). Inny wariant wspomnianego wyniku z [CZ1] jest zawarty w pracy [CR] (Twierdzenie 3.7); został on użyty w dowodzie, głównego twierdzenia [CR] (Twierdzenie 2.4) dotyczącego istnienia rozmaitości centralnej dla równania różniczkowego z wyróżnioną całką pierwszą. Praca [CZ2] przedstawia ogólne twierdzenie o istnieniu rozmaitości niezmienniczych W^{cs} i W^{cu} klasy C^k z foliacjami wyznaczonymi przez punkty rozmaitości niezmienniczej dla odwzorowania f klasy C^{k+1} (Twierdzenie 82; jego szczególnym przypadkiem dla rozmaitości Λ będącej torusem jest Twierdzenie 16). Jest to w zasadzie wynik przenoszący główne twierdzenie z monografii Hirscha, Pugh i Shuba na funkcje nie będące dyfeomorfizmami.

Omówione powyżej główne wyniki publikacji dr. Capińskiego są motywowane istotnymi zastosowaniami. W [C], [CZ1] i [CZ2] udowodniono wyniki o istnieniu rozmaitości niezmienniczej w rotującym układzie Hénona, uogólniające pewne twierdzenie A. Haro i R. de la Lave z roku 2008. W [CR] podano ścisłe oszacowania wielkości rozmaitości centralnej wokół punktu libracyjnego L_1 w ograniczonym problemie trzech ciał, natomiast w [CS] udowodniono istnienie dwóch krzywych niezmienniczych dla rotującego odwzorowania logistycznego, wbrew numerycznej ewidencji popartej obliczeniami z podwójną precyzją, wskazującej na istnienie atraktora chaotycznego.

Wymienione publikacje dr. Capińskiego ukazały się w wysoko cenionych czasopismach z zakresu analizy nieliniowej i teorii układów dynamicznych. Publikacje te są obszerne; liczą od 21 do 72 stron. Wyniki w nich zawarte są precyzyjnie sformułowane i udowodnione. Nie znalazłem w nich istotnych błędów; zauważyłem jedynie kilka drobnych usterek edytorskich. Dowody w dużym stopniu bazują na metodzie relacji nakrywających i warunków stożka wprowadzonych w pracach P. Zgliczyńskiego z lat 2004–9. Mają geometryczny charakter; są miejscami dość złożone, ale operują w miarę elementarnymi pojęciami i argumentami. Uważam, że są wystarczająco oryginalne mimo trudnych do uniknięcia podobieństw do rozumowań przedstawionych w pracach innych autorów (między innymi Jonesa, P. Bergera i A. Bounemoury).

Zaliczone do rozprawy habilitacyjnej publikacje przeformułowują, precyzują i istotnie pogłębiają klasyczne twierdzenia dotyczące rozmaitości normalnie hiperbolicznych, pozwalając na ich zastosowanie w sytuacjach, gdy wiedza o rozpatrywanych układach dynamicznych jest oparta na obliczeniach komputerowych. Gdy niedokładności wynikające z tych obliczeń mają ścisłe oszacowania, wyniki z rozprawy mogą być bezpośrednio użyte w dowodach komputerowo wspieranych. Z tych powodów uważam, że przedstawiona do oceny rozprawa dr. Capińskiego wnosi znaczny wkład do matematyki.

Pozostałe publikacje dr. Capińskiego reprezentują dwa, niemal rozłączne kierunki badań. Pierwszy z nich, podobnie jak omówiony powyżej cykl prac, dotyczy teorii układów dynamicznych. W ramach tego kierunku na szczególne wysoką ocenę zasługują obszerne prace [A3], [A4] i [A6] dotyczące punktów libracyjnych w ograniczonym problemie trzech ciał i związanej z nimi hipotezy o istnieniu dyfuzji Arnolda. Szczególnie interesującą dla mnie okazała się samodzielnie przygotowana praca [A4], nawiązująca do skomplikowanej dynamiki ruchu komety Oterma (badania dynamiki tej komety prowadził, między innymi, J. Marsden). Publikacje [A1] i [A2] dotyczą istnienia punktów okresowych i dynamiki chaotycznej w równaniach różniczkowych nieautonomicznych. Drugi kierunek badań, matematyka finansowa, jest reprezentowana przez [A5] oraz mające charakter podręczników monografie [B1] i [B2] wydane przez Cambridge University Press.

Dr Capiński posiada obszerny dorobek naukowy nawiązujący do badań prowadzonych przez wybitnych matematyków, zawierający wielostronnicowe publikacje i umieszczony w bardzo dobrych i uznanych czasopismach (między innymi Nonlinearity, J. Differential Equations, SIAM J. Appl. Dyn. Sys., Proc. Amer. Math. Soc.). Część z publikacji dr. Capińskiego nie została napisana samodzielnie; jednym ze współautorów jest C. Simó, zaproszony do wygłoszenia wykładu plenarnego na Europejskim Kongresie Matematyki w roku 2000. Na podstawie dostępnej mi wiedzy mogę stwierdzić, że wkład habilitanta do tych współautorskich publikacji był równorzędny lub dominujący. Jak zaznaczyłem powyżej, według mnie przedstawione do oceny osiągnięcie naukowe spełnia wymaganie o znacznym wkładzie do rozwoju dyscypliny zawarte w artykule 16. obecnie obowiązującej ustawy o stopniach i tytule naukowym. Uważam zatem, że dr Maciej Capiński w pełni zasługuje na nadanie mu stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych.

Kraków, 26 stycznia 2016

Roman Srzednicki