RECENZJA W PRZEWODZIE HABILITACYJNYM DR MARCINA DUMNICKIEGO

Rozprawa habilitacyjna dr Marcina Dumnickiego składa się z 6 prac związanych z badaniem pewnych sytemów liniowych na płaszczyźnie. Dokładniej pan Dumnicki zainteresowany jest obliczeniem wymiaru systemu liniowego $\mathcal{L}_d(m_1, ..., m_r)$ złożonego z krzywych płaskich stopnia d które mają zadane krotności $m_1, ..., m_r$ w r generycznych punktach $p_1, ..., p_r$. Problemy tego typu mają długą tradycję i wiążą się ze znaną hipotezą Nagaty:

Hipoteza Nagaty. *Niech $p_1, ..., p_r$ będą generycznymi punktami płaszczyzny rzutowej $\mathbb{P}^2$, $r \geq 9$. Niech $m > 0$ będzie liczbą całkowitą. Jeśli C jest krzywą, dla której $\mathrm{mult}_{p_j} C \geq m$ dla $j = 1, ..., r$ to*

$$\deg C \geq \sqrt{r}m.$$

Z hipotezą Nagaty związana jest też następująca:

Hipoteza SHGH. *Niech $d, m_1, ..., m_r$ będą liczbami całkowitymi nieujemnymi. Niech $m_1 \geq m_2 ... \geq m_r$. Jeśli $d \geq m_1 + ... + m_r$, to system $\mathcal{L}_d(m_1, ..., m_r)$ jest niewyjątkowy.*

Wcześniej problemy te były badane przez takich matematyków jak : Ciliberto, Hirschowitz, Harbourne, Miranda, Szemberg. Autor wykorzystuje osiągnięcia swoich poprzedników i twórczo je rozwija. Z uwagi na trudność problemu pan dr. Dumnicki uzyskuje jedynie częsciowe rezultaty.

W pracy [1] pan dr Dumnicki, używając naturalnych metod opartych na algebrze liniowej pokazuje jak zredukować badanie niewyjątkowości systemu $\mathcal{L}_d(m_1, ..., m_r)$ ($m_i = m$ for all i) do zbadania pewnego skończonego zbioru przypadków, co pozwala tu zaimplementować program komputerowy. Pozwala to pokazać, że jeśli $d \geq mr$ i $m \leq 42$ to taki system jest niewyjątkowy. Ulepsza to znane wcześniej oszacowania tego typu. Podobna tematyka jest poruszona w pracy [5].

W pracy [2] (napisanej wspólnie z W. Jarnickim) za pomocą podobnych metod pan Dumnicki rozważa sytuację ogólniejszą i dowodzi, że jeśli $m_j \leq 11$ to system $\mathcal{L}_d(m_1, ..., m_r)$ jest niewyjątkowy o ile $d \geq m_1 + ... + m_r$ (tzn. hipoteza SHGH zachodzi o ile $m_j \leq 11$). I tutaj główną rolę w dowodzie odgrywa użycie programów komputerowych. Na uwagę w tej pracy zasługują ciekawe twierdzenia redukcyjne.

W pracy [3] pan Dumnicki zainspirowany podobnymi wynikami uzyskanymi przez Cilberto i Mirandą podaje algorytm na oszacowania takich minimalnych liczb d, dla których system $\mathcal{L}_d(m_1, ..., m_r)$ jest niewyjątkowy lub niepusty. Znowu autor używa tutaj prostych środków opartych głównie na algebrze liniowej.

W następnej pracy cyklu [4] pan Dumnicki przenosi swoje metody na układy punktów na powierzchni Hirzebrucha i dowodzi tam podobne jak poprzednio rezultaty. Głównym pomysłem jest tu redukcja problemu do płaszczyzny $\mathbb{P}^2$.

Ostania praca cyklu- praca [6] napisana razem z T. Szembergiem i H. Tutaj- wydaje mi się najciekawsza. Autorowie podają tutaj ciekawy warunek wystarczający na niewyjątkowość systemu $\mathcal{L}_d(m_1, ..., m_r)$. Jeszcze ciekawsza wydaje się być druga część tej pracy w której autorowie porównują potęgę symboliczną pewnych ideałów jednorodnych ze zwykła potęgą tych ideałów. Byłoby niezwykle ciekawe spróbować udowodnić podobny rezultat dla dowolnych ideałów jednorodnych.

Pozostały dorobek pana Dumnickiego jest stosunkowo pokaźny i również związany z podobną co rozprawa tematyką. Z prac tu wymienionych najbardziej podoba mi się praca "Containments of symbolic powers of ideals of generic points in $\mathbb{P}^3$", opublikowana w Proc. Amer. Math. Soc. Autor pokazuje tutaj, że dla ideału I generycznych punktów w $\mathbb{P}^3$ zachodzi inkluzja $I^{(3k-2)} \subset \mathcal{M}^{2k-2}I^k$. Tutaj $\mathcal{M} = (x_0, x_1, x_2, x_3)$ oznacza ideał zbioru pustego.

Interesująca jest również praca (napisana z 3 współautorami) "Linear subspaces, symbolic powers and Nagata type conjectures" opublikowana w Adv. of Math., w której autorowie uogólniają hipotezę Nagaty na wyższe wymiary.

Prace pana Dumnickiego mają stosunkowo wysoką ilość cytowań (30 w bazie Web of Science). Indeks Hirscha to 4 a zatem całkiem przyzwoity. Również aktywność naukowa pana Dumnickiego jest wysoka. Brał on aktywny udział w 7 konferencjach międzynarodowych i wielu krajowych. Był on też na kilku międzynarodowych stażach naukowych. Pan Dumnicki sprawdził się też w działalności organizacyjnej m.in organizując konferencję z geometrii algebraicznej w Brennej w 2006 roku.

Jako zarzuty co do rozprawy muszę wymienić wąską tematykę rozprawy jak i pozostałych prac pana Dumnickiego. W pracach używane są stosunkowo elementarne metody, jak i jest tam dużo informatyki, tak że trudno mi oszacować rzeczywisty (nie-informatyczny) potencjał naukowy autora.

Niemniej uważam, że zarówno rozprawa habilitacyjna pana dr Dumnickiego jak i pozostałe jego osiągnięcia spełniają wszystkie wymogi Ustawy o tytule naukowym i stopniach naukowych konieczne do uzyskania stopnia doktora habilitowanego.

Mełonek