

Opinia dotycząca rozprawy habilitacyjnej dra Marcina Dumnickiego

Algorytmiczne podejście do niewyjątkowości systemów liniowych

I. Praca habilitacyjna.

Rozprawa habilitacyjna składa się z sześciu prac: dwóch współautorskich, opublikowanych z W. Jarnickim, w J. Symb. Comput., H. Tutaj-Gasińską i T. Szembergim w J. Comput. Math. LMS oraz czterech samodzielnych prac autora opublikowanych w Ann. Polon. Math., J. Symb. Comput. i Geom. Dedicata.

Rozprawa dotyczy, badań nad systemami liniowymi krzywych lub hiperpowierzchni z zadanymi krotnościami. W szczególności efektywnego obliczania wymiaru systemu liniowego krzywych paskich $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ posiadających stopień d z zadanymi krotnościami m_1, \dots, m_r w generycznych punktach płaszczyzny p_1, \dots, p_r .

Systemy liniowe i związane z nimi zagadnienia badane były wcześniej przez wielu matematyków, w szczególności hipoteza Nagaty i hipoteza SHGH (Segre, Hirschowitz, Gimigliano, Harbourne) utrwaliły zainteresowanie tą tematyką. Zostało pokazane, że wymiar przestrzeni $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ w \mathbb{P}^n jest conajmniej równy pewnej liczbie $\text{edim} \mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$, nazywanej wymiarem oczekiwanym, która nie zawsze równa jest wymiarowi systemu. Systemy dla których liczba ta nie jest równa wymiarowi systemu nazywają się wyjątkowymi. Podstawowe badania koncentrują się wokół określania warunków wyjątkowości albo niewyjątkowości systemu. Inspirująca dla autora pracy była niewątpliwie hipoteza SHGH mówiąca, że system $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ jest niewyjątkowy przy założeniu, że $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_r$, $d \geq m_1 + \dots + m_r$, dla nieujemnych i całkowitych d, m_1, \dots, m_r . W cyklu prac stanowiących rozprawę habilitacyjną proponowane jest nowe, efektywne podejście do wykazywania niewyjątkowości pewnych klas systemów.

W pracach [1] i [2] dr Dumnicki, używając programów komputerowych, pokazuje

niewyjątkowość systemów $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ przy pewnych założeniach na krotności. Swoją metodą potwierdza hipotezę SHGH dla systemów jednorodnych na płaszczyźnie o równych krotnościach m dla całkowitych dodatnich d, m, r , $d \geq mr$ oraz $m \leq 42$. Za pomocą podobnych metod rozważa także sytuację ogólniejszą oraz dowodzi niewyjątkowości systemu $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ o ile $m_j \leq 11$ oraz $d \geq m_1 + \dots + m_r$. Kolejny wynik uzyskany w pracy [3] to algorytmy pozwalające efektywnie szacować minimalne liczby d , dla których system $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ jest niepusty lub niewyjątkowy i niepusty, tzw. stopień inicjacji α i regularność systemu τ . Wypracowane przez siebie metody obliczeniowe na płaszczyźnie rzutowej, dr Dumnicki przenosi, w pracy [4], na układy punktów na powierzchniach Hirzebrucha \mathbb{F}_n , dla których podobnie, jak w przypadku \mathbb{P}^2 , definiuje się wymiar oczekiwany oraz wyjątkowość. Głównym wynikiem pracy jest pokazanie odpowiednika hipotezy SHGH dla powierzchni Hirzebrucha dla krotności jednorodnych $m = m_i$, przy ograniczeniu $m \leq 8$. Przypadek niemal jednorodny na płaszczyźnie rzutowej rozpatrywany jest w pracy [5], gdzie dowodzi się hipotezę SHGH dla krotności $m_1 = \dots = m_{r-1} = m$, przy dodatkowym założeniu $m \leq 10$ oraz dowolnym m_r . W ostatniej pracy cyklu [6], wspólnej z T. Szemberg i H. Tutaj-Gasińska, podany został interesujący warunek wystarczający na niewyjątkowość systemu $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ oraz wyniki dotyczące zawierania potęg symbolicznych ideałów skończonych zbiorów punktów w zwykłych potęgach tych ideałów. Pokazane zostało, że system $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ jest niewyjątkowy jeśli $m_1 \geq \dots \geq m_r$, $d \geq m_1 + m_2$ oraz wymiar oczekiwany szacuje się z dołu przez $\frac{1}{2}(3m_4^2 - 7m_4 + 2)$.

Podsumowanie. Autor podejmuje w rozprawie problemy trudne i ważne, należące do zaawansowanej technicznie tematyki badawczej. Dowodzi twierdzeń i faktów, które istotnie rozszerzają wiedzę na temat podstawowych niezmienniczych własności systemów liniowych na płaszczyźnie. Na szczególne podkreślenie zasługuje wypracowanie skutecznych metod obliczeniowych pozwalających istotnie rozszerzyć dotychczasowe wyniki. Wagę jego rezultatów podkreśla współpraca z wybitnymi matematykami, jak B. Harbourne, W. Jarnicki, T. Szemberg, czy H. Tutaj-Gasińska. Rozprawa Pana Marcina Dumnickiego jest cenna dla dziedziny jaką reprezentuje i z pewnością dostarcza szeregu nowych interesujących zagadnień i metod, które powinny być rozwijane w przyszłych badaniach. Wiele skrupulatnie przeprowadzonych dowodów, pracowicie skonstruowanych przykładów i metod obliczeniowych angażujących metody informatyczne, jeszcze bardziej potwierdzają samodzielność badawczą i głęboką intuicję matematyczną którymi powinna cechować się rozprawa habilitacyjna.

II. Aktywność naukowa.

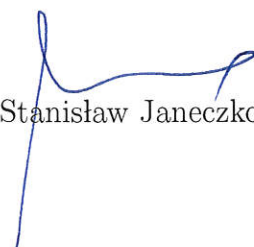
Dorobek naukowy dra Marcina Dumnickiego obejmuje 17 prac opublikowanych w czasopiśmie specjalistycznych o wysokiej randze. Wszystkie ukazały się po uzyskaniu stopnia doktora w 2005 roku, z tego wyniki sześciu prac weszły w skład rozprawy habilitacyjnej. Rezultaty nie wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej dotyczą:

1. Hipotezy SHGH i hipotezy Nagaty.
2. Potęg symbolicznych ideałów opisujących skończenie wiele punktów.
3. Badań nad asymptotycznymi niezmiennikami ideałów.

W swoim dorobku naukowym Dr M. Dumnicki wykazał umiejętność operowania wystarczająco szeroką gamą metod pochodzących z różnych dziedzin matematyki i informatyki. Wśród dorobku na szczególną uwagę zasługują rezultaty dotyczące symbolicznych potęg ideałów generycznych układów punktów w \mathbb{P}^3 , w szczególności rozstrzygnięcie jednej z hipotez postawionych przez Harbourn i Hunekego oraz oszacowania stałej Waldshmidta. Dr Marcin Dumnicki był angażowany w organizowanie konferencji naukowych i międzynarodowej współpracy badawczej. Był promotorem dwóch prac magisterskich oraz jest promotorem pomocniczym doktoratu realizowanego w Uniwersytecie Pedagogicznym w Krakowie. Był zapraszany do wysokiej rangi ośrodków zagranicznych oraz z referatami na międzynarodowe konferencje matematyczne.

Konkluzja. Reasumując chciałbym stwierdzić, że rozprawa habilitacyjna dra Marcina Dumnickiego wnosi istotny wkład do badań nad systemami liniowymi. Tak rozprawa jak i aktywność naukowa oraz pozostały dorobek uzasadniają nadanie jemu stopnia doktora habilitowanego nauk matematycznych. Wnioskuje o dopuszczenie dra Marcina Dumnickiego do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

Warszawa 15.11.2015


Stanisław Janeczko