prof. dr hab. Sławomir Cynk
Instytut Matematyki UJ
ul. Łojasiewicza 6
30-348 Kraków
email: slawomir.cynk@uj.edu.pl

Kraków, 15 października 2015

Recenzja rozprawy habilitacyjnej

"Algorytmiczne podejście do niewyjątkowości systemów liniowych" oraz dorobku naukowego dra Marcina Dumnickiego

Pan Marcin Dumnicki stopień doktora nauk matematycznych uzyskał w Uniwersytecie Jagiellońskim na podstawie rozprawy "Minimalne bazy wielowymiarowej interpolacji dla generycznych węzłów" (2005). Cała kariera naukowa dra Dumnickiego jest związana z Instytutem Matematyki UJ, od roku 2007 zatrudniony jest na stanowisku adiunkta.

Doktor Dumnicki jest (wg. MathSciNet) autorem 21 prac naukowych, 10 prac jest wspólnych z łącznie 20 matematykami (o różnym dorobku naukowym), po osiem wspólnych prac ma z prof. T. Szembergiem oraz dr hab. Halszką Tutaj–Gasińską. Mathscinet odnotowuje 71 cytowań (z indeksem Hirscha 5), natomiast Web of Sciences podaje 32 cytowania w tym 19 bez auto cytowań i h–indeks 4. Są to bardzo dobre wyniki (biorąc pod uwagę cytowalność prac w geometrii algebraicznej). Zdecydowaną większość (16 z 21) prac dra Dumnickiego została opublikowana w czasopismach z listy JCR, jedna praca opublikowana została w tomie konferencyjnym wydanym przez renomowane wydawnictwo.

1. Rozprawa

Przedstawione przez kandydata osiągnięcie naukowe stanowi jednotematyczny cykl publikacji zatytułowany "Algorytmiczne podejście do niewyjątkowości systemów liniowych" składający się z sześciu prac opublikowanych w latach 2007-13.

1. M. Dumnicki, *Cutting diagram method for systems of plane curves with base points.* Ann. Polon. Math. 90 (2007), no. 2, 131–143.
2. M. Dumnicki, W. Jarnicki, *New effective bounds on the dimension of a linear system in* $\mathbb{P}^2$. J. Symbolic Comput. 42 (2007), no. 6, 621–635.
3. M. Dumnicki, *An algorithm to bound the regularity and nonemptiness of linear systems in* $\mathbb{P}^n$. J. Symbolic Comput. 44 (2009), no. 10, 1448–1462.
4. M. Dumnicki, *Special homogeneous linear systems on Hirzebruch surfaces.* Geom. Dedicata 147 (2010), 283–311.

5. M. Dumnicki, *Quasi-homogeneous linear systems on $\mathbb{P}^2$ with base points of multiplicity 7, 8, 9, 10.* Ann. Polon. Math. 100 (2011), no. 3, 277–300.

6. M. Dumnicki, T. Szemberg, H. Tutaj-Gasińska, *A vanishing theorem and symbolic powers of planar point ideals.* LMS J. Comput. Math. 16 (2013), 373–387.

Wszystkie prace włączone do rozprawy habilitacyjnej dotyczą tematyki systemów liniowych, przede wszystkim systemów związanych ze znikaniem krzywej (ogólniej hiperpowierzchni) z zadaną krotnością w punktach generycznych, a zatem ustawowy wymóg jednotematyczności jest spełniony. Do wniosku dołączone zostało omówienie w formie autoreferatu, w którym dość szczegółowo omówione zostały wyniki pracy, w ocenie rozprawy skoncentruję się więc na znaczeniu wyników oraz ich odbiorze.

Przedstawione w rozprawie wyniki w zdecydowanej większości dotyczą badania wymiarów systemów liniowych (oznaczenie Autora)

$$\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$$

hiperpowierzchni stopnia d posiadających w generycznych r punktach krotności $m_1, \dots, m_r$ (generyczność oznacza w tym przypadku układy r punktów, dla których wymiar systemu jest najmniejszy możliwy). Wymiar systemu $\mathcal{L}_d$ ma dość proste oszacowanie dolne, tzw. wymiar oczekiwany, natomiast wyznaczenie jego prawdziwego wymiaru jest rzeczą bardzo trudną, system którego wymiar pokrywa się z wymiarem oczekiwanym nazywamy niewyjątkowym, natomiast system dla którego faktyczny wymiar jest większy od oczekiwanego – wyjątkowym. Dla układu krotności wprowadzone zostały dwa niezmienniki: stopień inicjacji α mierzący dla jakiej wartości d system jest niepusty oraz regularność τ – niepusty i niewyjątkowy.

Główne wyniki rozprawy dotyczą dwóch hipotez pochodzących odpowiednio z roku 1959 i 1961

Hipoteza Nagaty. Niech $P_1, \dots, P_r$ będą bardzo ogólnymi punktami płaszczyzny rzutowej $r \geqslant 9$. Jeżeli C jest krzywą efektywną, której krotność w punkcie P_i jest nie mniejsza od m dla $j = 1, \dots, r$ (m jest dodatnią liczbą naturalną), to

$$\deg C \geqslant \sqrt{r} m.$$

Hipoteza Segre–Hirschowitz–Gimigliano–Harbourne (SHGH). Generyczny element systemu $\mathcal{L}_d(m_1, \dots, m_r)$ jest niezredukowany.

Hipoteza SHGH została sformułowana w różny sposób przez różnych autorów, Ciliberto i Miranda dowiedli, że wszystkie wersje są równoważne i pociągają hipotezą Nagaty.

W szczególności hipoteza SHGH ma następującą równoważną postać

Hipoteza SHGH (II wersja). Dla dowolnych liczb całkowitych $d, m_1 \geqslant m_2 \geqslant \cdots \geqslant m_r \geqslant -1$ spełniających $d \geqslant m_1+m_2m_3$ system $\mathcal{L}_d(m_1, \ldots, m_r)$ jest niewyjątkowy.

Warto podkreślić, że w pracy (Ap.6. wg spisu) nie włączonej do rozprawy Dumnicki ze współautorami dowodzą, że hipoteza SHGH oraz hipoteza wymierności stałych Seshadriego wzajemnie się wykluczają. Prace 1., 2. oraz 5. poświęcone są bezpośrednio Hipotezie SHGH, hipoteza SHGH zachodzi w następujących przypadkach

- w przypadku jednorodnym (tzn. gdy $m_1 = \cdots = m_r =: m$) hipoteza zachodzi dla $m \leqslant 42$,
- w przypadku niemal jednorodnym (tzn. gdy $m_1 = \cdots = m_{r-1} =: m$, m_r dowolne) hipoteza zachodzi gdy $m \leqslant 10$,
- w przypadku dowolnym hipoteza zachodzi gdy $m_j \leqslant 11$.

W autoreferacie habilitant koncentruje się na uzyskanych wynikach, wspomina jedynie, że oparte są na zaproponowanej przez niego metodzie (którą nazwał "rozcinaniem diagramów"), metoda ta pozwala ograniczyć wymiar danego systemu przez wymiar pewnego systemu dla mniejszej liczby punktów (z zachowaniem krotności) i mniejszej liczby jednomianów. Druga metoda stosowana w dowodach (szacowaniach) polega na wykonywaniu redukcji diagramu (nie zwiększającej wymiaru systemu) oraz wykorzystaniu kryterium niewyjątkowości poprzez ograniczenie krotności (oraz pewnych dodatkowych optymalizacji). W pracy 4. badany jest (zaproponowany przez Laface) odpowiednik hipotezy SHGH dla powierzchni Hirzebrucha, Dumnicki dowodzi prawdziwości tej hipotezy w przypadku jednorodnym z m ograniczonym przez 8.

W pracy 3. badane są omówione wcześniej dwa niezmienniki: stopień inicjacji (α) oraz regularność (τ), Dumnicki podaje nowe algorytmy na uzyskanie ograniczenia dolnego α i górnego τ, w przypadku pewnych systemów badanych wcześniej przez Monserrata metoda Dumnickiego daje dużo lepsze oszacowania od znanych wcześniej. Podobnie jak w przypadku prac dotyczących hipotezy SHGH najistotniejsza jest metoda zaproponowana przez autora, rozważa on dwa algorytmy, pierwszy z nich nazwany `NSsplit` polega na określeniu klasy systemów, które nie są wyjątkowe (zamkniętej ze względu na dwie operacje redukcji – a dokładniej ich odwrócenia), następnie badania możliwości wykazania niewyjątkowości systemu przez metodę rozkładu systemu.

Modyfikacją algorytmu `NSsplit` jest algorytm `NSglue`, który polega na "sklejaniu" krotności w celu uzyskania małej liczby dużych krotności.

Praca 6. (wspólna z Szembergiem i Tutaj–Gasińską, oboje współautorzy złożyli deklaracje o istotnym znaczeniu wkładu Dumnickiego) zawiera dwa główne wyniki: kryterium niewyjątkowości pewnych systemów liniowych oraz warunek konieczny do zawierania się $2r$–tej potęgi symbolicznej ideału w iloczynie r–tych potęg tego ideału oraz ideału maksymalnego nieistotnego. Pierwszy wynik mieści się w dotychczasowym nurcie badań Dumnickiego, natomiast drugi wynik wiąże się z tematyką istotnej części późniejszych badań Dumnickiego.

Techniki stosowane przez Dumnickiego pozwoliły na uzyskanie dużo lepszych od znanych wcześniej oszacowań we wszystkich uprawianych polach badań (na ogół w istotny sposób), zaproponowane przez Dumnickiego metody i algorytmy były i są stosowane przez innych matematyków zajmujących się podobnymi zagadnieniami. Ponadto metody Dumnickiego są, w przeciwieństwie do wielu wcześniejszych, stosowalne nie tylko do systemów liniowych na płaszczyźnie ale również w wyżej wymiarowych przestrzeni rzutowych.

2. Dorobek nie włączony do rozprawy habilitacyjnej

Jako dorobek nie włączony do rozprawy habilitacyjnej dr Dumnicki wymienia 15 prac (dwie z tych prac nie zostały jeszcze opublikowane, brak jest informacji o ich aktualnym statusie). Prace te podzielone zostały przez habilitanta na trzy grupy tematyczne

2.1. **Prace związane z hipotezą SHGH.** : 7 prac (w tym dwa preprinty). Trzy pierwsze prace z tej grupy zawierają dowody niewyjątkowości pewnych systemów liniowych, prace A5. i A7. zawierają pewne uogólnienia hipotez Nagaty i SHGH na przypadek wielowymiarowy oraz wersję "waluacyjną". W pracy A6. pokazano, że hipoteza SHGH jest sprzeczna z wymiernością stałych Seshadriego, natomiast praca A4. zawiera przegląd otwartych problemów i hipotez z omawianej tematyki. Wg. mnie najciekawszy w tej grupie jest wynik z pracy A1. zgodnie z którym dla ustalonych m, k, $k \leqslant 12$ istnieje stała $r(m, k)$ taka, że jeśli liczba krotności równych k jest większa od r, a wszystkie krotności są ograniczone z góry przez m to system $\mathcal{L}_d(m_1, \ldots, m_r)$ jest niewyjątkowy.

2.2. **Prace skoncentrowane na badaniu potęg symbolicznych.** Potęgi symboliczne ideałów są bardziej intuicyjne geometrycznie od zwykłych potęg, ale również znacznie od nich trudniejsze. Najprostszy przykład odpowiada ideałowi trzech punktów niewspółliniowych na płaszczyźnie, zwykły kwadrat tego ideału zawiera jedynie wielomiany stopnia 4 i większe, natomiast potęga symboliczna zawiera wielomiany znikające dwukrotnie w wybranych punktach, w konsekwencji w ideale tym znajdziemy wielomian stopnia 3. W tym przypadku potęga symboliczna jest saturacją zwykłej potęgi względem ideału maksymalnego. Własności potęg symbolicznych, w tym m.in. zawierania się potęg zwykłych i symbolicznych, są obiektem intensywnych badań, pytania dotyczące zawierania potęg symbolicznych i zwykłych oraz potęg symbolicznych ideału w iloczynie zwykłej potęgi tego ideału i ideału maksymalnego. W pracach B1. i B5. podane są dowody pewnych hipotez Harbourna i

Hunekego natomiast w pracach B3. i B6. podane są i szczegółowo zbadane kontrprzykłady na zawieranie $I^{(3)} \subset I^2$ (hipoteza Hunekego). W pracach B2. i B4. rozważane są ciągi stopni inicjujących kolejnych potęg symbolicznych ideału, w szczególności scharakteryzowane są przykłady pięciu kolejnych różnic równych 2 na płaszczyźnie, a także minimalne skoki na $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$. W tej grupie za najciekawsze uważam dowody pewnych hipotez Harborna i Hunekego oraz kontrprzykład do hipotezy Hunekego (prace B1., B3. i B5.)

2.3. **Badania asymptotycznych niezmienników ideałów.** Dwie prace poświęcone zostały tzw. kształtom granicznym oraz ich związkom z asymptotycznym wielomianem Hilberta.

Większość prac (10) została opublikowana w czasopismach z listy JCR, w chwili obecnej cytowalność prac spoza rozprawy habilitacyjnej nie jest duża (ok. 15 cytowań bez autocytowań wg. MathSciNet), jest to zrozumiałe ponieważ w zdecydowanej większości prace te pochodzą z lat 2013-15, można się więc spodziewać, że przynajmniej kilka z tych prac będzie miało w przyszłości znacznie większą liczbę cytowań. Wyraźnie widoczną cechą prac spoza rozprawy jest duża liczba współautorów (średnio każda praca ma prawie czterech współautorów). Wśród współautorów są zarówno dojrzali matematycy o znaczącym dorobku jak i doktoranci. Skrajnym przypadkiem jest praca B4. posiadająca więcej współautorów niż stron. Po przejrzeniu nie byłem w stanie rozbić tej pracy na osiem kwantów.

Podobnie waga wyników uzyskanych w pracach spoza habilitacji jest różna, są wśród nich prace, które mają istotne znaczenie dla tematyki jak niektóre z prac dotyczących potęg symbolicznych ale również prace dużo mniej istotne.

Moja pozytywna opinia o dorobku naukowym dra Dumnickiego nie pozostaje w żadnej korelacji z opinią o przedstawionej dokumentacji. Szczególnie autoreferat został przygotowany w sposób bardzo niestaranny, w stosunku do większości omawianych prac habilitant ograniczył się do wskazania głównego wyniku (skrajnym przypadkiem jest komentarz do twierdzenia z pracy 6. z rozprawy, ten komentarz winien odnosić się do innego twierdzenia). Jak już wspomniałem wyżej niż same wyniki prac Dumnickiego oceniam jego metody, którym w autoreferacie poświęcona jest niewielka ilość miejsca.

3. Aktywność naukowa, dydaktyczna i organizacyjna

Pan Dumnicki jest bardzo aktywny naukowo, uczestniczył w wielu konferencjach, warsztatach i szkołach z zakresu uprawianej tematyki. Uczestniczył w warsztatach w Barcelonie i Oberwolfach (dwukrotnie) oraz konferencji szkoleniowej w Linzu. Brak natomiast jest wzmianki w dokumentacji o tym by kiedykolwiek ubiegał się o granty, brak jest informacji o stypendiach, nagrodach itp. Wg. dokumentacji najdłuższy wyjazd zagraniczny Pana Dumnickiego trwał miesiąc.

Pan Dumnicki prowadził ćwiczenia i wykłady z licznych przedmiotów, wg. mojej wiedzy prowadzone przez niego zajęcia miały bardzo dobre opinie wśród studentów. Był opiekunem dwóch prac magisterskich (oboje jego podopieczni uzyskali później stopień doktora), obecnie jest promotorem pomocniczym doktoranta z Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie.

Pan Dumnicki przez wiele lat zajmował bardzo ważną, lecz pochłaniającą bardzo dużo czasu funkcję sekretarza Wydziałowej Komisji Rekrutacyjnej. Zajmował się również inną działalnością organizacyjną, w tym uczestniczył w organizacji jednej konferencji międzynarodowej.

4. Konkluzja

W mojej ocenie dorobek naukowy dra Dumnickiego zarówno ten przedstawiony w rozprawie habilitacyjnej jak i spoza rozprawy spełnia ustawowy wymóg istotnego wkładu w rozwój geometrii algebraicznej. Tematyka badań dra Dumnickiego jest uprawiana w wiodących uniwersytetach zagranicznych. Uzyskane wyniki spotkały się z bardzo dobrym przyjęciem, co wyraża się zarówno publikowaniem ich w zdecydowanej większości w czasopismach indeksowanych w JCR, jak i bardzo przyzwoitymi liczbami cytowań. Również pozostałe wymogi ustawowe i zwyczajowe w moje ocenie są przez dra Dumnickiego spełnione, dlatego wnoszę o dopuszczenie do dalszego etapu postępowania.