

## Opis rozprawy doktorskiej

**Proponowany tytuł rozprawy doktorskiej:** „Koncepcja jednostajności w  $C^*$ -algebrach”

Motywacją pracy doktorskiej jest twierdzenie Gelfanda-Naimarka o modelach dla przemien-nych  $C^*$ -algebr. Dzięki niemu możemy myśleć o elementach ośrodkowej przemiennej  $C^*$ -algebry z jednością jak o funkcjach jednostajnie ciągłych na zwartej przestrzeni metrycznej. Jakość tej jednostajnej ciągłości (np. warunek Lipschitza, Höldera) oczywiście zależy od badanego ele-mentu, jak również od metryki na przestrzeni podkładowej. Celem rozprawy będzie próba uogólnienia ww. idei na przypadek nieprzemiennych ośrodkowych  $C^*$ -algebr z jedyneką. Punk-tem wyjścia dla rozważań jest obserwacja, że na każdej przestrzeni metrycznej metryka może zostać odtworzona za pomocą zbioru rzeczywistych funkcji nieoddalających. Najpierw ustala-my pewien podzbiór  $K$   $C^*$ -algebry  $A$  stanowiący substytut zbioru (niekoniecznie wszystkich) funkcji nieoddalających. Dalej przy jego pomocy określamy metrykę na (pewnym) zbiorze re-prezentacji  $\Sigma$  (dobranym niezależnie od wyboru zbioru  $K$ ), a następnie testujemy ciągłość (i jej jakość) elementów algebry  $A$ . Zmieniając zbiór  $K$ , możemy otrzymać różne metryki na zbiorze  $\Sigma$ . Rodzi się więc naturalne pytanie, jaki ma to wpływ na ciągłość elementów algebry  $A$ . Można też pytać, które klasyczne twierdzenia topologii przestrzeni metrycznych mają swoje odpowiedniki (i w jakiej postaci) w powyższym ujęciu. Do podstawowych problemów badanych w ramach rozprawy należą:

- znalezienie własności, jakie musi posiadać powyższy zbiór  $K$ , aby generował metrykę na zbiorze  $\Sigma$ ;
- (jednostajna) równoważność metryk na  $\Sigma$  wyznaczonych przez różne zbiory  $K$ ;
- własności topologiczne, metryczne i jednostajne przestrzeni  $\Sigma$  z ustaloną metryką (np. zwartość; związek tej topologii z innymi klasycznymi topologiami na zbiorze reprezentacji, np. opisaną przez Arvesona w [1]);
- wariant twierdzenia Ascoliego (lub ogólniej: charakteryzacja zwartych podzbiorów algebry  $A$ );
- wyszczególnienie i zbadanie  $C^*$ -algebr (nazwanych *zwartymi*), dla których przestrzeń  $\Sigma$  jest zwarta (np. związki między algebrami zwartymi, a innymi klasami algebr takimi jak: podjednorodne, kurczące [4], CCR [3], rezydualnie skończenie wymiarowe [2, Defini-tion V.2.1.10]);
- jednostajna ciągłość  $*$ -homomorfizmów między  $C^*$ -algebrami w powyższym kontekście.

Rozważania te są częściowo inspirowane wynikami zawartymi w [4].

Opiekun naukowy  
dr hab. Piotr Niemiec

Piotr Niemiec

Doktorant  
Adam Wegert

Adam Wegert

## Literatura

- [1] W. Arveson, *An Invitation to  $C^*$ -Algebras*, Springer-Verlag, New York, 1976
- [2] B. Blackadar, *Operator Algebras*, Springer-Verlag, Berlin, 2006
- [3] J. Dixmier,  *$C^*$ -algebras*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1977
- [4] P. Niemiec, *Models for subhomogenous  $C^*$ -algebras*, submitted, arxiv:1310.5595