

OCENA ROZPRAWY HABILITACYJNEJ,  
ZATYTUŁOWANEJ APROKSYMACJA ALGEBRAICZNA  
W TEORII OSOBLIWOŚCI, ORAZ DOROBKU NAUKOWEGO  
P. DR. MARCINA BILSKIEGO

Rozprawa habilitacyjna dr. Marcina Bilskiego składa się z siedmiu artykułów. Jeden z artykułów jest wspólny, lecz - jak wynika z załączonych dokumentów - udział habilitanta był w nim przeważający. Wszystkie artykuły poświęcone są problemowi aproksymacji zbiorów analitycznych, głównie zespolonych przez zbiory algebraiczne, co może być traktowane jako uogólnienie zagadnienia aproksymacji funkcji wielomianami. Należy podkreślić, że problematyka ta wcale nie należy w teorii osobliwości do peryferyjnych i od dawna stanowiła zainteresowanie wielu wybitnych matematyków (można tu wymienić prace Nasha, Artina, Whitney'ego, Tognoliego, Akbuluta i Kinga, Bochnaka i Kucharza, Lemperta). Wiele z dotychczasowych prac dotyczyło aproksymacji podrozmierności gładkich zbiorami algebraicznymi. W swojej rozprawie habilitant rozwija teorię aproksymacji zbiorów analitycznych w  $\mathbb{C}^n$  dopuszczających dowolne osobliwości. Dla sformułowania rezultatów i jako podstawowe narzędzie wykorzystuje teorię funkcji Nasha i zbiorów Nasha; m. in. twierdzenie Tworzewskiego, że nierozkładalny podzbiór Nasha podzbioru otwartego  $\mathbb{C}^n$  jest to analityczna składowa nierozkładalna śladu pewnego zbioru algebraicznego w  $\mathbb{C}^n$ . Przyjęta przez habilitanta strategia polega na podzieleniu problemu na dwie części. W pierwszej, aproksymuje się zbiór analityczny zbiorami Nasha, w drugiej - zbiory Nasha zbiorami algebraicznymi. Obie te części są wysoce nietrywialne. Ważnym pomysłem wydaje się również przyjęta w rozprawie definicja zbieżności lokalnie jednostajnej zbiorów analitycznych w języku łańcuchów analitycznych, uwzględniająca krotność granicznego zbioru analitycznego. Używając głównie standardowych metod geometrii analitycznej, habilitant uzyskuje szereg nowych interesujących rezultatów. Mnie szczególnie spodobało się eleganckie w sformułowaniu twierdzenie o lokalnej aproksymacji, opublikowane w Bulletin des Sciences Mathématiques, które brzmi następująco

*Jeżeli  $X$  jest dowolnym lokalnie analitycznym podzbiorem  $\mathbb{C}^n$  oraz  $a \in X$ , to istnieje ciąg  $\{X_\nu\}$  ( $\nu \in \mathbb{N}$ ) algebraicznych podzbiorów  $\mathbb{C}^n$  zbieżny do  $X$  w pewnym otoczeniu punktu  $a$  i taki, że dla każdego  $\nu$ , rząd styczności  $X$  i  $X_\nu$  w  $a$  wynosi co najmniej  $\nu$ .*

Wcześniej wersja tego twierdzenia ze zbiorami  $X_\nu$  Nasha ukazała się w Mathematische Zeitschrift. Wersje globalne twierdzeń o aproksymacji wymagają już dodatkowych założeń o aproksymowanym zbiorze analitycznym; np. właściwość rzutowania w pewnym kierunku. Autor rozprawy stara się i to z dużym powodzeniem, aby stosowne metody były możliwie elementarne i efektywne, co - moim zdaniem - należy uznać za duży atut rozprawy. Świetnym tego przykładem jest artykuł z Constructive Approximation, a także artykuł z Journal de Mathématiques Pures

et Appliquées, dotyczący jednostajnej aproksymacji odwzorowania analitycznego o wykresie zawartym w ustalonym zbiorze Nasha  $Q$  przez odwzorowania Nasha, których wykresy są zawarte w tym samym zbiorze  $Q$ . W tym ostatnim przypadku dotychczas znane dowody opierały się na trudnym rezultacie z algebry komutatywnej, natomiast habilitant znalazł metodę bezpośrednią, prowadzącą do algorytmu.

Rozprawa świadczy o znakomitym rozeznaniu autora w literaturze przedmiotu i o jego dużej sprawności w operowaniu zarówno metodami geometrii analitycznej jak również aparatem algebry, funkcji zespolonych, teorii wiązek wektorowych, geometrii o-minimalnej. Ukazuje dr. Bilskiego jako doświadczonego, dojrzałego matematyka, zdolnego do prowadzenia samodzielnych badań naukowych.

Pozostały dorobek publikacyjny habilitanta składa się z ośmiu artykułów, z których cztery to prace samodzielne, a pozostałe cztery napisane z innymi matematykami. Pięć spośród tych prac związane są tematycznie z rozprawą. Na tym tle wyróżnia się praca z pogranicza kombinatoryki, teorii półgrup i algebry opublikowana w okresie początkowym działalności naukowej habilitanta w czasopiśmie *Journal of Pure and Applied Algebra*. Wszystkie wymienione prace reprezentują wysoki poziom w skali międzynarodowej.

Uważam, że zarówno rozprawa habilitacyjna jak oraz pozostały dorobek dr. Marcina Bilskiego stanowią znaczący wkład do rozwoju matematyki i w pełni uzasadniają przyznanie mu stopnia doktora habilitowanego.

Witold Postrucha

Kraków, dnia 27. maja 2015 r.