

3 czerwca 2015 r.

Prof. dr hab. Tadeusz Krasieński
Wydział Matematyki UŁ
90-238 Łódź, ul. Banacha 22
E-mail: krasinsk@uni.lodz.pl

Ocena
rozprawy habilitacyjnej dra Marcina Bilskiego pt.
"Aproksymacja algebraiczna w teorii osobliwości"

Na osiągnięcie naukowe dra Marcina Bilskiego składa się cykl 7 publikacji opublikowanych w latach 2007–2015. Wszystkie prace cyklu dotyczą aproksymacji zbiorów analitycznych (w sensie zespolonym) zbiorami algebraicznymi. Bada tę kategorię zbiorów gdyż w przypadku gładkim (tzn. rozmaitości gładkich zwartych klasy C^∞) aproksymacje zbiorami algebraicznymi są dość dobrze poznane (wyniki prac Nasha, Tognoliego, Akbuluta, Kinga, Lemperta i innych). Ponieważ rozważane zbiory analityczne mogą mieć osobliwości, więc naturalną definicją zbieżności, czyli aproksymacji, jest zbieżność cykli analitycznych. Została ona rozwinięta w pracach Tworzewskiego i Winiarskiego i użyta do innych celów – teorii przecięć w geometrii analitycznej. W tej teorii i również w rozprawie habilitacyjnej dowolny zbiór analityczny $X \subset \Omega \subset \mathbb{C}^n$ traktujemy jako cykl będący formalną sumą jego składowych nierozkładalnych ze współczynnikami równymi 1.

Po ustaleniu pojęcia aproksymacji możemy przejść do omówienia wyników osiągnięcia naukowego. W pracach przedstawionego cyklu rozważa on wiele aspektów aproksymacji zbiorów analitycznych zbiorami algebraicznymi:

1. istnienie aproksymacji zbioru analitycznego $X \subset \Omega \subset \mathbb{C}^n$ przez ciąg $(X_\nu)_{\nu \in \mathbb{N}}$ zbiorów Nasha (czyli gałęzi zbiorów algebraicznych) lub ciąg zbiorów algebraicznych,
2. istnienie powyższej aproksymacji z dodatkowym warunkiem, by X i aproksymujące zbiory X_ν miały styczność określonego rzędu w ustalonym punkcie obszaru Ω ,
3. istnienie powyższej aproksymacji z dodatkowym warunkiem, by aproksymujące zbiory X_ν zawierały ustalony podzbiór Nasha $Y \subset X$,
4. istnienie powyższej aproksymacji takiej, by składowe nierozkładalne zbioru X były aproksymowalne przez składowe nierozkładalne X_ν ,
5. podanie warunków na aproksymacje algebraiczne równań opisujących zbiór analityczny X takich, by nowe równania dały aproksymujące zbiory algebraiczne X_ν .

W każdym z tych aspektów dr Marcin Bilski w cyklu swych publikacji otrzymał interesujące rezultaty, uogólniając znane lub rozszerzając podane przez innych autorów.

W przypadku 1 tematu kolejne prace podcyklu [B3], [B5], [B6] wzmacniają wyniki poprzedniej. Zajmuje się w nich przypadkiem, gdy zbiór analityczny X ma dowolne osobliwości (przypadek izolowanych osobliwości został rozstrzygnięty przez Lemperta w

1995 roku). Twierdzenie 1.1 z pracy [B6] jest najogólniejszym z tych wyników: dla dowolnego zbioru analitycznego $X \subset \Omega \subset \mathbb{C}^n$ stałego wymiaru n , Ω – obszar Rungego, i dowolnego zbioru otwartego $\Omega_0 \Subset \Omega$, istnieje ciąg X_ν podzbiorów Nasha w Ω_0 stałego wymiaru n zbieżny w sensie cykli analitycznych do X . Co więcej, możemy zażądać, by X_ν zawierały ustalony zbiór Nasha $Y \subset X$ (problem 3).

Jeśli chcemy by ciąg aproksymujący był ciągiem zbiorów algebraicznych to odpowiedź daje ciekawe Twierdzenie 3.1 w [B5] mówiące, że jeśli X jest podzbiorem Nasha w $\Omega \times \mathbb{C} \subset \mathbb{C}^q \times \mathbb{C}$, Ω – obszar Rungego, stałego wymiaru $n \leq q$ z właściwym rzutowaniem na Ω , to istnieje ciąg $(X_\nu)_{\nu \in \mathbb{N}}$ zbiorów algebraicznych w $\mathbb{C}^q \times \mathbb{C}$ stałego wymiaru n zbieżny do X . Stąd wynika uogólnienie twierdzenia Akbuluta i Kinga z klasy C^∞ na dowolne zbiory analityczne (dopuszczające dowolne osobliwości) że dowolny zbiór analityczny w \mathbb{C}^q można aproksymować zbiorami algebraicznymi w \mathbb{C}^{q+1} .

Z kolei w aspekcie 2 mieszczą się rezultaty pracy [B2]. Twierdzenie 3.2 tej pracy jest analogiczne do rezultatów prac Ferrarottiego, Fortuny i Wilsona w przypadku rzeczywistym (dla zbiorów semi-analitycznych). Autor w przypadku zespolonym wykazuje, że lokalnie każdy zbiór analityczny X można aproksymować zbiorami algebraicznymi X_ν , przy czym rząd “styczności” X i X_ν w zerze rośnie wraz z indeksem ν dążącym do nieskończoności. Miarą styczności jest tutaj odległość między punktami włókien odpowiednich rzutowań właściwych X i X_ν w stosunku do odległości punktu od początku układu (inną miarą mógłby być wykładnik separacji regularnej Łojasiewicza dwóch zbiorów).

Wszystkie prace cyklu [B1],..., [B7] zawierają nowe i oryginalne rezultaty. Uważam, że stanowią one znaczny wkład w dziedzinie aproksymacji obiektów analitycznych obiektami algebraicznymi. Dziedzina ta leżąca na pograniczu analizy zespolonej i geometrii algebraicznej jest dziedziną trudną i od dawna badaną (cały Rozdział VII w monografii Łojasiewicza poświęcony jest związkom obiektów analitycznych i algebraicznych). Uważam, że dr Marcin Bilski jest bardzo dobrym ekspertem w dziedzinie aproksymacji zbiorów analitycznych (zespolonych) zbiorami algebraicznymi. W swych rezultatach używa klasycznych technik teorii zbiorów analitycznych (nakrycia rozgałęzione, cykle analityczne, krotność przecięć itp.).

Jeśli chodzi o inne dokonania dra Marcina Bilskiego, to otrzymał on również rezultaty dotyczące innych zagadnień niż teoria aproksymacji. Są to wyniki otrzymane na ogół wraz z innymi autorami. Wyjątkiem jest tutaj praca [C1] o złożoności generatywnej w rozmaitościach półgrup. Ciekawym jest rezultat w [C2] o wiązkach wektorowych F nad zbiorami algebraicznymi rzeczywistymi X o tym, że po odpowiednim wielokrotnym rozdmuchaniu X cofnięcie wiązki F do przestrzeni rozdmuchanej \tilde{X} jest wiązką generowaną przez swoje cięcia algebraiczne. Przeniósł również pewne zagadnienia aproksymacji na struktury o -minimalne [C3].

Jego całkowity dorobek naukowy liczony w wynikach naukowych jest znaczny, mimo niewielkiej liczby prac. Ze względu na raczej wąski zakres tematyczny jego badań, liczba cytowań jego prac według Math. Sci. Net (według mnie bardziej miarodajnego źródła niż Web of Science) to 34 cytowania przez 14 autorów. Wszystkie jego prace opublikowane są w renomowanych i uznanych czasopismach o zasięgu światowym. Wszystkie

te czasopisma znajdują się na ministerialnej liście A wysoko punktowanych czasopism.

Był on uczestnikiem wielu konferencji krajowych i zagranicznych, na których prezentował swoje dokonania. Brał udział jako wykonawca i kierownik w kilku grantach naukowych. Odbił kilka staży w ośrodkach zagranicznych (Francja – wielokrotnie, Kanada, Włochy). Posiada również doświadczenie dydaktyczne, gdyż prowadził różnorodne zajęcia ze studentami w Uniwersytecie Jagiellońskim.

Biorąc wszystko pod uwagę z przyjemnością oświadczam, że osiągnięcie naukowe dra M. Bilskiego oraz jego pozostałe dokonania w pełni spełniają wymogi przewodu habilitacyjnego opisane w ustawie o tytule i stopniach naukowych. Wniosuję o dopuszczenie dra Marcina Bilskiego do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read "J. Francuski". The signature is fluid and cursive, with the first letter "J" being particularly large and stylized.