Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

dr hab. Krzysztof Chełmiński
ul. Koszykowa 75, 0-995 Warszawa

19.01.2013

Opinia o dorobku naukowym doktor Anny Ochal

w związku z postępowaniem habilitacyjnym

na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego

Pani dr Anna Ochal ukończyła studia magisterskie z matematyki i informatyki na Uniwersytecie Jagiellońskim i pod opieką profesora S. Migórskiego obroniła na Wydziale Matematyki i Informatyki UJ pracę doktorską *Optimal control problems for evolution hemivariational inequalities of second order.* Od 2004 roku pani dr Ochal pracuje jako adiunkt w Katedrze Optymalizacji i Sterowania Instytutu Informatyki UJ. W roku 2002 pani dr Ochal przebywała przez 9 miesięcy na stażu naukowym w Ecole Politechnique w Paryżu.

Zainteresowania naukowe pani dr Anny Ochal skupiają się na analizie nierówności hemiwariacyjnych i na ich zastosowaniach w różnych dziedzianach nauki. Szczególnie wiele uwagi habilitantka poświęca zastosowaniom rozważanych nierówności w zagadnieniach kontaktowych mechaniki ośrodka ciągłego. Na dorobek naukowy dr Anny Ochal składa się współautorstwo monografii *Nonlinear inclusions and hemivariational inequalities. Models and analysis of contact problems* wydanej przez Springera w serii *Advances in Mechanics and Mathematics* w 2013 roku, oraz ponad 30 artykułów naukowych (wg. MathSciNet) opublikowanych najczęściej w bardzo dobrych czasopismach naukowych takich jak: Nonlinear Analysis TMA, Nonlinear Analysis RWA, SIAM Journal Math. Anal., Journal of Math. Anal. Appl., Optimization, Math. Models Meth. Appl. Sciences, Mathematische Nachrichten. Zdecydowana większość prac została opublikowana wspólnie z opiekunem naukowym prof. Migórskim.

W skład osiągnięcia naukowego, o którym mówi ustawa, dr Ochal wybrała cykl sześciu jednotematycznych prac:

A1. A. Ochal *Existence results for evotution hemivariational inequalities of second order* Nonlinear Analysis TMA, **60**, 1369-1391, 2005,

A2. S. Migórski, A. Ochal *A unified approach to dynamic contact problems in viscoelasticity* Journal of Elasticity, **83**, 247-276, 2006,

A3. Z. Liu, S. Migórski, A. Ochal *Homogenization of boundary hemivariational inequalities in linear elasticity* Journal of Math. Anal. Appl., **340**, 1347-1361, 2008,

A4. S. Migórski, A. Ochal, M. Sofonea *Integrodifferential hemivariational inequalities with application to viscoelastic frictional contact* Mathematical Models and Methods in Appl. Sciences, **18** 271-290, 2008, A5. S. Migórski, A. Ochal *Quasistatic hemivariational inequality via vanishing accceleration approach* SIAM Journal on Math. Anal., **41**, 1415-1435, 2009,

A6. S. Migórski, A. Ochal, M. Sofonea *History-dependent subdifferential inclusions and hemivariational inequalities in contact mechanics* Nonlinear Analysis RWA, **12**, 3384-3396, 2011.

Z oświadczeń złożonych przez współautorów prac (A2)-(A6) wynika, że wkład habilitantki w tych pracach jest znaczący. Omówię wyniki uzyskane w pracach (A1)-(A6).

W pracy (A1), napisanej samodzielnie przez habilitantkę, rozważa się inkluzję różniczkową drugiego rzędu

$$y'' + A(t,y') + By + \partial J(t,y) \ni f, \quad y(0) = y_0, \ y'(0) = y_1$$

zakładając, że operator $A(t,\cdot) : V \to V^*$ jest pseudomonotoniczny (V refleksywna przestrzeń Banacha) i spełnia warunki wzrostu z potęgą $(p-1)$ i koercytywności z potęgą p gdzie $p \geq 2$. Ponadto przyjmuje się, że $B \in L(V,V^*)$ jest monotoniczny i symetryczny oraz uogólniony gradient superpotencjału $J(t,\cdot) : X \to R$ ($V \subset\subset X$) spełnia warunek podkwadratowego wzrostu z potęgą $2/q$ gdzie q jest wykładnikiem sprzężonym do p. W pracy tej dowodzi się istnienia rozwiązań rozważanej inkluzji o regularności $y, y' \in L^p(0,T;V)$, $y'' \in L^q(0,T;V^*)$. Gdy $p = q = 2$ zakłada się dodatkowo, że długość przedziału czasowego T, na którym rozważa się zagadnienie, jest związana ze stałą koercytywności operatora A, ze stałą z ograniczoności ∂J oraz stałą zwartego włożenia V w X w taki sposób, że implikuje to $T < +\infty$ i otrzymany wynik staje się automatycznie tylko lokalny w czasie. Technika dowodu jest oparta na suriektywności operatorów postaci $L + T$ gdzie L jest maksymalnie monotoniczny oraz T jest L-uogólnionym operatorem pseudomonotonicznym. Ponadto z dowodu wynika także ciągłość rozwiązania od warunków początkowych. Niestety praca nie studiuje problemu jednoznaczności rozwiązań i zapewne z tego powodu brakuje też możliwości przedłużania rozwiązania gdy jest ono tylko lokalne w czasie.

Praca (A2) rozważane zagadnienia kontaktowe ciała lepkosprężystego sprowadza do studiowania inkluzji różniczkowej drugiego rzędu postaci

$$u'' + A(t,u') + Bu + F(t,u,u') \ni f, \quad u(o) = u_o, \ u'(0) = u_1 .$$

Inkluzja ta uogólnia problem badany w (A1) jednakże teraz zakłada się, że $p = q = 2$ co prowadzi do silnych warunków wzrostu (co najwyżej liniowy) dla operatora $A(t,\cdot)$ i multifunkcji F. W pracy tej podobnie do pracy (A1) pojawia się założenie o skończoności odcinka czasowego wymuszone techniczną (moim zdaniem) zależnością pomiędzy różnymi stałymi występującymi w badanym zagadnieniu. W pracy (A2) dowodzi się istnienia lokalnego w czasie rozwiązania rozważanej inkluzji o regularności takiej jak w (A1) i przy dodatkowych założeniach otrzymuje się także jednoznaczność rozwiązań co ma duże znaczenie z punktu widzenia zastosowań tej teorii w praktyce. Praca (A2) prezentuje także wiele przykładów zagadnień kontaktowych mechaniki ośrodków ciągłych, które można zbadać używając aparatu abstrakcyjnego rozważanego w tej pracy. Szkoda, że praca ta nie wspomina nic o możliwości przedłużnia rozwiązań zwłaszcza, że techniczne założenie o skończoności przedziału czasowego nie zależy od wielkości danych początkowych.

Praca (A3) rozważa statyczne zagadnienie kontaktowe materiału sprężystego zakładając co najwyżej liniowy wzrost uogólnionej pochodnej superpotencjałów opisujących kontakt roważnego ciała z innym ośrodkiem. Istnienie rozwiązań otrzymanej nierówności hemiwariacyjnej otrzymuje się z faktu, że koercytywne operatory pseudomonotoniczne są suriektywne. Następnie praca zajmuje się problemem homogenizacji postawionego zagadnienia tzn. zakłada, że współczynniki operatora eliptycznego $\mathcal{A}_\varepsilon$ zależą od małego parametru i operator ten zbiega w sensie homogenizacji (prawie to samo co w sensie wykresu operatora) do operatora ze współczynnikami $\mathcal{A}$. Praca (A3) dowodzi, że wtedy ciąg rozwiązań inkluzji z operatorami wyznaczonymi przez współczynniki $\mathcal{A}_\varepsilon$ zbiega słabo do rozwiązania inkluzji różniczkowej z operatorem zadanym przez współczynniki $\mathcal{A}$. Zatem zaburzenie związane z warunkiem brzegowym nie ma wpływu na wynik operatora zhomogenizowanego. Zagadnienia homogenizacji w równaniach różniczkowych są zazwyczaj związane z konkretnymi zastosowaniami i dlatego klasyczna homogenizacja równania eliptycznego czy parabolicznego rozważa także problem poprawki pierwszego rzędu wzmacniającej zbieżność ciągu rozwiązań. W pracy (A3) zabrakło mi dyskusji, czy także poprawka pierwszego rzędu się nie zmienia co jest bardzo istotne z punktu widzenia nauk inżynierskich.

W pracy (A4) rozważa się inkluzję różniczkową drugiego rzędu powstałą z modelu kontaktu materiału lepkosprężystego z pamięcią. Prowadzi to do dodania do struktury dotychczas rozważanych problemów operatora postaci

$$\int_0^t C(t-s)u(s)\,ds$$

gdzie $C \in L^2(0,T;L(V,V^*))$. Tym razem zakłada się, że operator lepkościowy jest ściśle monotoniczny oraz, że uogólniona pochodna superpotencjału jest w rzeczywistości monotoniczna z zaburzeniem lipszicowskim. Przy takich założeniach daje się zastosować techniki związane z operatorami zwężającymi i uzyskać istnienie jednoznacznych rozwiązań na dowolnie długim przedziale czasowym.

Praca (A5) analizuje asymptotykę rozwiązań inkluzji różniczkowej

$$\varepsilon u'' + Au' + Bu + M^*\partial J(t, Mu) \ni f\,, \quad u(0) = u_0\,, \quad \sqrt{\varepsilon}u'(0) = u_1$$

gdy $\varepsilon \to 0^+$. Zakłada się, że operator $A \in L^\infty(0,T;L(V,V^*))$ jest koercytywny z p-tą potęgą ($p \geq 2$), $B \in L(V,V^*)$ jest monotoniczny i symetryczny, superpotencjał J spełnia założenia jak w (A1) oraz M jest operatorem liniowym ograniczonym. Wykorzystując techniki dowodowe z (A1) dowodzi się istnienia rozwiązań u_ε i otrzymuje się słabą zbieżność ciągu rozwiązań do rozwiązania zagadnienia quasistatycznego gdzie wyraz zawierający siły inercji znika. Praca ta jest matematycznym uzasadnieniem odrzucenia sił inercji gdy rozważa się zagadnienia przy bardzo wolno zmieniających się w czasie wymuszeniach.

Ostatnia praca cyklu (A6) rozważa pewne uogólnienie pracy (A4). Zamiast konkretnego operatora opisującego pamięć materiału lepkosprężystego wprowadza się ogólny operator $S : L^2(0,T;V) \to L^2(0,T;V^*)$ spełniający: istnieje $L > 0$ takie,że dla dowolnych $u_1, u_2 \in L^2(0,T;V)$

$$\|Su_1(t) - Su_2(t)\|_{V^*} \leq L \int_0^t \|u_1(s) - u_2(s)\|_V\,ds\,.$$

Dzieki temu założeniu można powtórzyć techniki dowodowe z pracy (A4) i uzyskać istnienie i jednoznaczność rozważanej inkluzji różniczkowej.

Pomimo kilku krytycznych uwag zamieszczonych w moim omówieniu całego cyklu stwierdzam, że wszystkie prace wchodzące w skład tego cyklu są napisane na dobrym lub bardzo dobrym poziomie o czym świadczy także jakość czasopism w jakich się te prace ukazały. Szczególnie chciałbym jednak wyróżnić pracę (A1), która jako pierwsza stosuje podejście L^p do rozważanych nierówności hemiwariacyjnych i wykorzystuje zaawansowane techniki dowodowe. Już sama ta praca stanowi znaczący wkład habilitantki w rozwój szeroko rozumianej teorii nierówności hemiwariacyjnych.

Pozostały dorobek naukowy habilitantki, który nie wchodzi w skład omówionego osiągnięcia naukowego jest bardzo dobry: współautorstwo monografii oraz 29 recenzowanych artykułów naukowych (wg. MathSciNet). Niestety bardzo krótki czas jaki przewidział ustawodawca na napisanie recenzji w postępowaniu habilitacyjnym uniemożliwia mi dokładniejsze przestudiowanie tak obszernego dorobku naukowego. Stwierdzam tylko, że prace habilitantki ukazały się w bardzo dobrych czasopismach naukowych (monografia wydana przez Springera). Prace te są zauważane przez matematyków z całego świata o czym świadczy duża liczba cytowań habilitantki: według MathSciNet 142 cytowania przez 57 matematyków, indeks Hirscha wg. tej bazy wynosi 8.

Dr Anna Ochal jest także bardzo aktywna naukowo o czym świadczy aktywny udział w ponad 40 międzynarodowych i krajowych konferencjach naukowych. Pani dr Ochal była także organizatorem 7 konferencji. Ponadto habilitantka jest obecnie głównym wykonawcą grantu NCN i była głównym wykonawcą trzech grantów MNiSW oraz wykonawcą w trzech grantach KBN. Dr Anna Ochal jest obecnie wykonawcą w jednym grancie międzynarodowym i była wykonawcą w dwóch innych grantach międzynarodowych. Wszystkie te dane świadczą o tym, że pani dr Anna Ochal jest uznanym w środowisku matematykiem i jej badania naukowe są bardzo dobrze oceniane przez innych matematyków.

Podsumowując stwierdzam, że dorobek naukowy dr Anny Ochal i jej aktywność naukowa spełniają wszystkie wymagania ustawy o stopniach naukowych wraz z rozporządzeniami MNiSW z 2011 roku i popieram wniosek dr Anny Ochal o nadanie jej stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych.

dr hab. Krzysztof Chełmiński